

EL SISTEMA DE EQUILIBRIO DE LA EMPRESA

Dr. Oscar osorio

EL SISTEMA DE EQUILIBRIO EN LA EMPRESA

1. CONCEPTO

La empresa, como sujeto de la actividad económica, puede ser concebida como un sistema de variables económicas interdependientes que deben ser adecuadamente coordinadas para lograr un resultado dado.

Por la esencia del ente, este resultado u objetivo se corresponderá con el beneficio buscado por el mismo, que será el máximo posible de obtener con la mejor u óptima combinación de los recursos productivos disponibles, según determinadas circunstancias de tiempo y lugar.

También, este sistema podría ser concebido como la suma de un conjunto de fuerzas que actúan en distinto sentido (o fuerzas de distinto signo) de tal manera que el resultado del mismo, será consecuencia del mayor o menor peso relativo de cada una de ellas; o lo que es igual de sus respectivos momentos.

Estas fuerzas representan a las distintas variables que interactúan en el proceso productivo (1) y en el proceso de generación de Ingresos, algunas de ellas total o relativamente controlables y otras fuera de todo control por parte de la empresa.

Por lo tanto, puede ocurrir que este sistema se encontrará nivelado cuando la resultante de las fuerzas que actúan en él o sobre él sea nula, lo que es equivalente a decir que estas fuerzas han alcanzado el mismo nivel o se han nivelado; o bien cuando las mismas hayan permitido alcanzar el objetivo buscado, o sea el beneficio deseado o esperado.

Si el sistema, por definición, se orienta a la obtención de beneficios económicos y estos pueden ser considerados como la diferencia entre Ingresos y Costos, resulta lógico pensar que las fuerzas que actúan en o sobre el sistema tenderán a aumentar o disminuir los ingresos y a aumentar o disminuir los costos.

Deben distinguirse dos momentos:

1. Cuando los Ingresos y los Costos se igualen o sea cuando la utilidad sea 0 y entonces diremos que la empresa se encuentra en su punto de nivelación.
2. Cuando los Ingresos superen a los Costos en la suma necesaria para obtener el rendimiento buscado o deseado sobre la inversión ($r = ak$) y entonces diremos que la empresa está en equilibrio,

(1) Dazos a la expresión "proceso productivo" no el sentido restrictivo de "proceso industrial" sino el genérico de transformación de factores productivos en productos (input vs. output) cf. Boulding K.J. "Análisis económico" (Madrid 1959)

Boulding (2) dice que la empresa está en equilibrio cuando no existe motivo para actuar sobre ninguna de las variables que están bajo su control. Por lo tanto, es aquella situación en la que no resulta beneficioso introducir ningún cambio, pues su ingreso neto es máximo, con las limitaciones que este concepto puede tener, con un criterio racional según la política seguida por cada empresa, teniendo en cuenta situaciones de corto o particularmente de largo plazo.

O sea que siendo: $R = I - C$ (1)

a) el sistema estará nivelado cuando

$$I = C \quad (2)$$

y entonces:

$$R = 0 \quad (3)$$

(A este momento se lo denomina punto de nivelación, punto de espate, punto de ruptura y umbral de rentabilidad. Erróneamente se confunde este momento con el siguiente, denominado "punto de equilibrio".

b) y habrá alcanzado el equilibrio cuando

$$I - C = R = \alpha K \quad (4)$$

o bien cuando:

$$I - C = R \text{ (max.)}$$

A este momento se lo denomina "punto de equilibrio".

Ambas situaciones se corresponden con la noción de equilibrio; pero éste no es estable.

El sistema está en permanente movimiento y es esencialmente inestable, por lo que la posición de equilibrio no se recupera por la acción autónoma de las distintas fuerzas o variables que la determinan. Para recuperarse requiere una acción inducida que modifique esa situación de "desequilibrio" o sea que se modifiquen los momentos de todas o algunas de las fuerzas que se han desplazado o han modificado su peso relativo en el conjunto de fuerzas.

Las distintas variables que integran el sistema pueden ser:

- (- endógenas (propias o internas)
- (- exógenas (externas)

Estas últimas corresponden al contexto en el que se encuentra inserto el ente. (mercado de oferta o demanda, políticas económicas, etc.)

(2) Boulding K.E: "Análisis económico"; pag. 414

Cada una de estas variables podrán ser mas o menos controlables; es decir, podrán admitir en distinto grado acciones que permitan su modificación o corrección, tanto en su magnitud como en su orientación o sentido, ya sea respecto del componente real como del monetario.

Resulta evidente que el menor grado de controlabilidad correspondería a las variables exógenas.

Este distinto grado de controlabilidad por parte de los órganos pertinentes de la empresa, dependerá de la naturaleza de cada variable, de su relevancia, y aún del costo atribuible al esfuerzo necesario para ejercitar la acción requerida.

Por otra parte, podríamos afirmar que la autonomía o independencia de prácticamente todas las variables económicas es muy relativa, tejiéndose en el sistema una verdadera red interconectada que hace que la modificación o cambio en una de ellas pueda generar cambios o modificaciones no buscadas en otra u otras.

De todos modos, cualquiera sea la relación que exista entre las variables económicas siempre habrá un momento en el que los ingresos igualen a los costos (punto de nivelación) o cuando el resultado sea el deseado por la empresa, (situación o punto de equilibrio).

Pero esto que es matemáticamente exacto, puede no tener sentido si la situación de nivelación, o en su caso de equilibrio se logra como consecuencia de magnitudes o relaciones que no se corresponden con la realidad posible de alcanzar o lo que es lo mismo cuando el modelo de equilibrio sea inalcanzable con las posibilidades o los medios que dispone la empresa. Por ejemplo volumen de ventas que no puede alcanzarse por la capacidad de producción instalada, o costos fijos vinculados con aquella, sobre los que no puede ejercitarse acción en el corto plazo.

Es importante destacar que por la esencia misma del ente a éste no le interesa la situación de nivelación de fuerzas como objetivo último, sino que por el contrario, lo que le interesa es maximizar el resultado de las variables interconectadas que integran el sistema, a través de una combinación tal que a partir de una situación dada se pueda alcanzar el beneficio deseado, normalmente medido en términos de un rendimiento esperado respecto de la inversión.

Esto no puede tomarse en el lato sentido de la expresión, pues la empresa quizás procure, no la maximización del resultado absoluto, sino del resultado relativo respecto de alguna variable o factor que pudiera actuar cualitativa o cuantitativamente como limitante; por ejemplo, el mejor aprovechamiento de un factor o recurso productivo.

Por otra parte, un adecuado manejo empresario vinculará el criterio de maximización del beneficio con el largo plazo, pues de lo contrario, el corto plazo, podría ser atentario respecto de su permanencia en el mercado (salvo el caso muy particular de monopolios naturales) (cf. Porter, Estrategias Competitivas).

Lo expuesto debe considerarse como un caso de decisión a tomarse en un momento dado t_0 , con una situación o estado de cosas E_0 , para que en un momento futuro t_1 , mas o menos cercano, pueda alcanzarse una situación o estado de cosas E_1 .

El escenario de decisión podrá darse como consecuencia de la fijación de un objetivo dado, por ejemplo alcanzar un objetivo dado de rentabilidad sobre la inversión (momento o situación de equilibrio) o un momento de nivelación; o bien, de las acciones a tomar para superar un desvío de la realidad respecto de un objetivo fijado con anterioridad, por ejemplo: la modificación del volumen actual de ventas para alcanzar un cierto rendimiento sobre la inversión.

Esto significa que la situación de equilibrio histórica o del pasado es un dato o información de relativa relevancia, pues lo importante de su conocimiento está fundamentalmente vinculado con objetivos fijados para el futuro, lo que hace que aquella información a posteriori pueda ser calificada como una información (dato) post mortem.

2. VARIABLES INTEGRANTES DEL SISTEMA

Ya hemos visto que el sistema esta integrado por dos grandes grupos de variables que pueden agruparse en dos categorías: Ingresos y Costos, que representan los dos distintos signos de las fuerzas actuantes para la generación del resultado, meta u objetivo, positivos los primeros y negativos los segundos.

Ya hemos visto lo que podemos llamar ecuación fundamental simplificada (1) y la expresión del momento de nivelación (2) y (3) y la situación de equilibrio (4).

Pero es evidente que cada miembro de la identidad (2) será función a su vez de la acción combinada de distintas variables o factores.

2.1. Ingresos

Los ingresos serán una función de:

1. El volumen de las ventas de cada artículo o más claramente de la cantidad de las unidades vendidas, por producto o línea de productos.
2. Los precios de venta de cada artículo o línea de productos.

3. La mezcla de las ventas o sea la proporción en que integren el volumen total los distintos productos o líneas de productos.
4. Los componentes financieros, consecuencia de los distintos momentos en que se concrete el ingreso real del importe de las ventas realizadas, cuando estas no se cobran al contado y de las condiciones o modalidades en que se efectúen las adquisiciones con relación al momento del pago. Estos componentes se convierten en cada caso en costos financieros, o desde otro punto de vista en disminuciones de los ingresos en cuanto se vinculan con los precios efectivos.

Esto podría expresarse de la siguiente forma sin considerar por ahora, el aspecto financiero como una variable independiente, o suponiendo que el mismo se encuentra ya afectando, para este caso el precio de venta.

$$I = Q_1 \cdot pv_1 + Q_2 \cdot pv_2 + \dots + Q_n \cdot pv_n \quad (5)$$

o lo que es lo mismo:

$$I = \sum_{t=1}^n Q_t \cdot pv_t \quad (6)$$

En donde:

Q_t = Volumen de ventas de cada artículo, grupo, familia o línea de productos (nominados desde 1 hasta n).

pv_t = precio de ventas de cada unidad de artículo, grupo, familia o línea de productos (nominados desde 1 hasta n).

En esta expresión está implícita la mezcla de productos a través de los distintos Q_t .

Si quisieramos incorporar explícitamente el concepto mezcla de productos, como ésta se va a manifestar a través de la apertura o composición del volumen total de ventas Q , podríamos hacer:

$$Q = Q \beta_1 + Q \beta_2 + \dots + Q \beta_n \quad (7)$$

siendo β : la proporción en que cada artículo, línea o familia, integra el total de las ventas.

Luego, necesariamente será:

$$\sum_{t=1}^n \beta_t = 1 \quad (8)$$

y por lo tanto:

$$Q = \sum_{t=1}^n Q \beta_t \quad (9)$$

Luego en (6) podemos reemplazar Q_t por (9) y tendríamos

$$I = \sum_{t=1}^n Q \beta_t \cdot pv_t \quad (10)$$

que sería la fórmula de los Ingresos totales en función de:

1. Un volumen de venta conocido, previsto o presupuestado.
2. Un precio de venta conocido, previsto o presupuestado.
3. Una combinación o mezcla conocida, prevista o presupuestada.

Insistimos en que estas variables tienen distinto grado de controlabilidad por parte de la empresa, por ser consecuencia de diferentes factores, algunos de ellos relativamente ajenos al campo de los "ingresos", como puede ser el condicionamiento técnico de la mezcla de producción.

Así vemos que:

1. El volumen total de ventas estará determinado por:

- a) Los recursos disponibles por parte de la empresa que podrán actuar en algunos casos como factor limitante.

Estos recursos están constituidos, generalmente, por:

1. La capacidad de producción instalada. (Debe destacarse que este recurso es de difícil controlabilidad en el corto plazo).
2. La organización de la producción y el flujo de la misma.
3. La disposición de la mano de obra necesaria en el momento y con el grado de aptitud requerida.
4. La disposición de los materiales necesarios en la cantidad y calidad suficiente en el momento oportuno.
5. La organización de comercialización disponible.
6. La disposición de los recursos financieros necesarios (capital de trabajo) que podrá incidir incluso sobre la posibilidad de incrementar la penetración en el mercado según las condiciones de pago ofrecidas, que podrán modificar los precios efectivos ofrecidos.

- b) La capacidad de absorción del mercado que será consecuencia de:

1. Tipo de mercado, el que podrá variar desde la teórica competencia perfecta hasta el monopolio absoluto.
2. Elasticidad precio de la demanda.

3. Elasticidad ingreso de la demanda.
4. Elasticidad de sustitución de un producto por otro.

(2.) El precio de venta de cada artículo será consecuencia de los factores indicados especialmente en 1. b), como consecuencia de que la demanda, que fijará el volumen de cada artículo que el mercado podrá absorber, dependerá no sólo de la saturación cuantitativa de aquél (éste puede no llegar a absorber más de lo que actualmente absorbe, aún cuando el precio de venta baje o hipotéticamente sea 0 para algunos artículos) lo que afectaría al volumen; sino del comportamiento de la demanda ante cambios en los precios, la elasticidad de sustitución del artículo, circunstancias bajo el relativo control de la empresa y también del comportamiento de aquella ante cambios en los Ingresos, variable macroeconómica de difícil modificación por parte de la organización, pues se relaciona con la aplicación de los ingresos disponibles por parte del consumidor, aún cuando relativamente aquella pueda actuar a través, por ejemplo: de la promoción publicitaria o de la política de precios. Por otra parte, si bien la empresa puede intentar modificar el comportamiento de la demanda a través de su política de precios y de acciones específicas, ésta estará limitada, por sus propios costos y particularmente por las actitudes de la competencia.

(3.) La mezcla o composición de las ventas (también conocida como Mix de ventas) será consecuencia de dos circunstancias:

- a) El grado de condicionamiento técnico de la producción. Esto fundamentalmente en el caso de producción simultánea o conjunta de dos o mas productos de tal forma que, por ejemplo:

$$A = \delta (B)$$

en cuyo caso no podría obtenerse una mezcla distinta o una mayor cantidad de A independientemente de B, lo que condicionará la mezcla, salvo que fuera necesario y económicamente conveniente actuar sobre la venta de B (incluso por destrucción del excedente no colocable) lo que como se hace en beneficio de A incrementaría los costos de este producto.

- b) Circunstancias que hacen a la comercialización de distintos productos "encadenados" o fuertemente ligados entre si, que impiden modificar la mezcla, pues al discontinuarse una línea puede verse afectada la colocación de otro u otros productos.

Un resumen de los factores que inciden sobre las variables que determinan los ingresos, pueden verse en el siguiente cuadro:

a) Recursos Disponibles	Capacidad de producción	] AFECTAN O CONDICIONAN LA OFERTA
	Organización de la Producción y su flujo.	
	Disposición de	
	Recursos Humanos	
b) Volumen (Capacidad de absorción del mercado	Materiales	] AFECTAN O CONDICIONAN LA DEMANDA
	Estructura de Comercialización	
	Almacenaje	
	Distribución	
c) Precio	Transporte	] AFECTAN O CONDICIONAN LA OFERTA
	Modalidad de Venta	
	Recursos Financieros	
d) Mezcla o composición (MIX)	Características del producto	] AFECTAN O CONDICIONAN LA OFERTA
	Tipo de mercado	
	Elasticidad precio de la demanda	
	Elasticidad ingreso de la demanda	
	Elasticidad de sustitución	] AFECTAN O CONDICIONAN LA DEMANDA
	Tipo de producto	
	Variables indicadas en b)	
	Actitud de la competencia	
	Grado o condicionamiento técnico de la producción	] AFECTAN O CONDICIONAN LA OFERTA
	Influencia del encadenamiento de productos	

CUADRO N° 1 - Factores que afectan los ingresos

Rota una situación de equilibrio deberá actuarse sobre la o las variables que la han producido, pero sin perder de vista que una acción sobre ellas, además de estar limitada por sus propias características puede repercutir negativamente sobre otras del mismo signo u otras de signo contrario.

2.2. Costos Totales

Los costos totales serán los resultantes de adicionar los costos fijos y los costos variables, o sea:

$$CT = CF + CV \quad (11)$$

2.2.1. Costos Fijos

Sabemos que los costos fijos tienen un diferente comportamiento segun los factores que los generan y asi tenemos:

Costos fijos de capacidad o de estructura:

que se mantendrán constantes en tanto no se modifique la capacidad máxima, por lo tanto son de difícil control en el corto plazo.

Costos fijos de operación

que corresponden a cada nivel de actividad previsto o planeado y que dentro de cada uno de ellos también se mantendrán constantes.

Su controlabilidad es mayor, pues como son consecuencia de una decisión de operar en un determinado nivel, al modificarse ésta, también se modificarán los costos relacionados, dentro de los límites impuestos por los costos "remanentes".

Ambos costos son en todos los casos independientes del volumen real de operación.

Por lo tanto podemos expresar lo dicho como:

$$CF = CFC + CFO \quad (12)$$

Por lo que reemplazando en (11) tendremos la siguiente expresión de los costos totales:

$$CT = CFC + CFO + CV \quad (13)$$

Lo que hemos dicho respecto de los costos fijos de operación ya nos hace anticipar una observación a la forma de representar gráficamente al sistema de equilibrio en forma de un gráfico único desde el nivel 0 de producción y ventas, hasta el nivel Q_m o capacidad máxima, pues en esa representación los costos fijos se consideran constantes para todo el intervalo, lo que en realidad solo es cierto para los costos fijos de capacidad o estructurales, pues a medida que se modifica el grado de aprovechamiento de la capacidad, es decir, a medida que se producen cambios en el nivel de actividad los costos fijos de operación, propios de cada nivel también se modificarán.

Si bien hemos hecho una crítica a la forma de representación gráfica, la misma en realidad es extensiva al modelo clásico del sistema de equilibrio.

Esta referencia nos permite anticipar que el comportamiento de las fuerzas que intervienen en el sistema de equilibrio solo será valido para un rango de actividad, conocido como área o nivel de

referencia o relevancia, variando al modificarse al mismo.

Otro aspecto que debe hacerse notar es que si bien los costos fijos no varían en función de los volúmenes reales de producción o ventas, ello es verdad solo con relación al componente físico o real de esos costos, pues el componente monetario tiende a variar en el tiempo y según los volúmenes, y esa variación no responde a ninguna ley.

2.2.2. Costos Variables

Debe recordarse que los costos variables son aquellos que varían en su cuantía total conforme a cambios en los niveles reales de actividad, siguiendo en general, el mismo sentido de dichos cambios, pero conforme a leyes propias de cada uno de ellos, según su naturaleza. Es decir que la variación no necesariamente debe ser lineal o proporcional, aún cuando para rangos debidamente acotados, normalmente coincidentes con los distintos niveles de actividad, pueda aceptarse como representativa de su comportamiento la función lineal o proporcional.

Los diferentes comportamientos del componente físico y del monetario se observa en casi todos los costos variables, pero en forma más notable en aquellos vinculados con el grado de utilización de los factores de producción variables. Por ejemplo, a medida que se produce un mayor consumo de materia prima es altamente probable que ocurran dos cosas: por una parte que se modifiquen los rendimientos (probablemente mejoren) y por otra que se obtengan precios de compra unitarios más bajos en razón de las mayores cantidades compradas.

Esto también debe tenerse en cuenta en lo relativo a acotar el área en la que el modelo tiene representatividad.

También en lo que hace a la cuantía de los costos variables totales, tiene particular importancia la mezcla escogida y la participación de los factores variables dentro del total.

Por lo expuesto, podemos escribir:

$$CV = Q_1 cv_1 + Q_2 cv_2 + \dots + Q_n cv_n \quad (14)$$

expresión que si queremos reducir mostrando la influencia en Q de la mezcla de producción y ventas (β) y las distintas clases de costos variables propios de cada factor la podemos expresar, siendo:

$$\sum_{t=1}^n \beta_t = 1$$

de la siguiente forma:

$$CV = \sum_{t=1}^n Q B_t cv_t \quad (15)$$

Con lo cual la expresión (13) la podemos expresar de la siguiente manera:

$$CT = CFC + CFO + \sum_{t=1}^n Q B_t cv_t \quad (16)$$

2.2.3. Un resumen de como los distintos factores determinan los Costos, puede observarse en forma ordenada en el cuadro siguiente:

FACTOR	ALGUNOS ASPECTOS EN QUE INCIDE CADA FACTOR EN		
	Costos Fijos		Costos Variables
	De capacidad	De operación	
TECNOLOGIA	Tipo de equipamiento	Mantenimiento Recursos Humanos (cantidad, calificación y capacitación)	Rendimientos (K.P.; F.M.; etc) Desperdicios Reprocesos
LOCALIZACION	Equipamiento (para suplir economías de adición)	Recursos Humanos (Idem anterior)	Vinculados con las disponibilidades de abastecimiento. En comercialización: Costos de entrega (transporte y acondicionamiento)
CAPACIDAD INSTALADA (Inciden también la Tecnología y Localización)	Equipamiento, vigilancia, seguridad, etc.	Incidencia secundaria	
MERCADO (Ver Punto 2.2.1) Nivel de actividad	No incide	Puede incidir según se alteren los distintos niveles o tramos	Rendimientos Desperdicios Reprocesos Costos financieros
MIX O MEZCLA	No incide	Incidencia relativa en casos específicos	Puede alterar la estructura
REQUERIMIENTOS FINANCIEROS	No incide	Según su carácter	Según su carácter

CUADRO N° 2 - Factores que afectan los costos

Debe observarse que aquellos factores que no tienen incidencia directa sobre los montos de los costos estructurales, no obstante lo tienen en forma indirecta, pues al modificarse la utilización de los mismos, por debajo de la capacidad instalada, se generarán

distintos costos de ociosidad, que una interpretación provechosa del sistema hace aconsejable sea analizada en forma particular. (ver punto 9)

3. EL RESULTADO EN EL SISTEMA DE EQUILIBRIO

Reemplazando la igualdad (10) y la (16) en la expresión (1) quedaría:

$$R = \underbrace{\sum_{t=1}^n Q \beta_t * pv_t}_I - \underbrace{\sum_{t=1}^n Q \beta_t * cv_t}_{CV} - (CFC + CFO) \quad (17)$$

y sacando factor común $Q\beta_t$, queda:

$$R = \sum_{t=1}^n Q \beta_t * \underbrace{(pv_t - cv_t)}_{Cm_t} - (CFC + CFO) \quad (18)$$

Con lo que si reemplazamos la contribución marginal unitaria para cada línea, familia o producto ($pv_t - cv_t$) por su equivalente, la contribución marginal media unitaria $\bar{cm}_t$, podemos concluir que:

$$R = \sum_t Q \bar{cm}_t - (CFC + CFO) \quad (19)$$

De esta expresión resulta que para:

$$Q \times \sum \bar{cm}_t = CFC + CFO \quad (20)$$

será:

$$R = 0 \quad (21)$$

lo que corresponde al momento o punto de nivelación.

En tanto que si $Q \sum_{t=1}^n \bar{cm}_t$ (máx)

o: $CFC + CFO$ (min)

será

$$R = R (\max) \quad (22)$$

lo que representa la situación de equilibrio, como la hemos definido más arriba.

Cabe observar que la expresión:

$$\sum_{t=1}^n B_t (pv_t - cv_t)$$

es equivalente a la contribución marginal media de todos los "t" productos, o líneas, considerando la mezcla, o sea la forma en que cada uno de ellos incide en el volumen total.

Por lo tanto podemos escribir:

$$R = Q \bar{cm} - (CFC + CFO)$$

(23)

Pero $Q \bar{cm} = CMT$, luego:

$$R = CMT - (CFC + CFO)$$

(24)

o sea que el resultado para el total de una empresa poliproductora es consecuencia de comparar la contribución marginal media de todas las líneas o artículos por el volumen físico total de ventas (CMT), con los costos fijos totales de capacidad y los costos fijos de operación propios del nivel de actividad bajo análisis.

Esto implica que:

Si $CMT > (CFC + CFO)$ será $R > 0$	Resultado positivo
Si $CMT = (CFC + CFO)$ será $R = 0$	Resultado nulo
Si $CMT < (CFC + CFO)$ será $R < 0$	Resultado negativo

4. EL PUNTO DE EQUILIBRIO Y EL PUNTO DE NIVELACION

El Punto de equilibrio, estará dado por el volumen físico o monetario de ventas que es necesario alcanzar para que las mismas permitan cubrir la totalidad de los costos (variables y fijos) y obtener el resultado (R) deseado; en tanto que el Punto de nivelación estará dado por el volumen, físico o monetario, en el que los Ingresos y los Costos se igualan, siendo por lo tanto $R = 0$.

Ambos pueden determinarse en unidades físicas y en ventas, en términos monetarios.

4.1. Punto de equilibrio y Punto de nivelación en volumen físico (unidades).

A partir de la expresión (23) será:

Y AÑADIR:
MARGEN DE COBERTURA

$$Q_e = \frac{(CFC + CFO) + R}{\bar{cm}}$$

PUNTO DE EQUILIBRIO (25)

En el caso particular que $R = 0$:

$$Q_n = \frac{(CFC + CFO)}{\bar{cm}}$$

PUNTO DE NIVELACION (26)

4.2. Punto de equilibrio y Punto de nivelación en términos monetarios.

Si a partir de la expresión (23) operamos y convertimos al volumen físico de ventas en volumen monetario (Ventas totales); para lo cual solo bastará con multiplicar ambos miembros por el precio de venta, que por las razones propias de una actividad poliproduktiva será el premio medio resultante de las distintas proporciones en que cada artículo, familia o línea, integre el

total de ventas o sea $\bar{pv}$, tendríamos:

$$\bar{pv} Q \bar{cm} = (CFC + CFO + R) \bar{pv} \quad (27)$$

Luego, si $\bar{pv} Q = V$ despejando y operando en el segundo miembro, tendríamos:

$$V_e = \frac{CFC + CFO + R}{\frac{\bar{cm}}{\bar{pv}}} \quad (28)$$

y en el caso de $R = 0$

$$V_n = \frac{CFC + CFO}{\frac{\bar{cm}}{\bar{pv}}} \quad (29)$$

Lo dicho es válido para el conjunto o la totalidad de líneas de producción (empresa en su conjunto), mientras que para determinar el volumen necesario para obtener un resultado dado propio de una línea determinada (también puede referirse a una función o actividad), se operará con la contribución marginal propia de esa línea y los costos fijos tanto de capacidad como operativos de la misma.

A esta determinación se le suele llamar Punto de nivelación específico, y su expresión es:

$$P_{nc} = \frac{CFC_e + CFO_e}{cm_e}$$

la contribución marginal cm_e , será lo que relaciona precio de venta con costo variables de un producto único si ese es el resultado productivo, o la contribución marginal media cm_e , si la línea contiene mas de un producto.

4.3. Limitaciones a la generalización del modelo

Si bien el modelo representativo del sistema de equilibrio es una herramienta poderosa conviene destacar el peligro de la generalización del mismo y las condiciones básicas para su validez, para que sea apto para su proyección.

Ellas son:

1. Area o nivel de referencia.

El modelo solo es válido para cada área o nivel de referencia tenido en consideración, pues el pasarse de un rango de actividad a otro se modifican las variables propias de cada nivel; precios (generalmente como consecuencia de los cambios en la demanda), los costos fijos de operación (al estar asociados con los diferentes niveles de actividad), y los costos variables (por modificarse los rendimientos y los precios de los factores, al estar aquellos vinculados con los volúmenes).

2. Mantenimiento de las variables que integran el sistema y sus relaciones.

También deberá prestarse especial atención a que las relaciones entre ellos se mantengan constantes, pues si se altera la mezcla, el precio, y los costos variables se alterará particularmente la contribución marginal, tanto absoluta para cada producto como la contribución marginal media.

5. CONTRIBUCION MARGINAL, MARGEN DE CONTRIBUCION, RAZON DE RECUPERACION Y MARGEN DE MARCACION

5.1. Contribución marginal

La contribución marginal unitaria (cm) es la diferencia entre el precio de venta y los costos variables de un producto requeridos para la obtención del primero.

$$cm = pv - cv$$

(30)

La contribución marginal unitaria representa como contribuye cada artículo, luego de cubiertos los costos variables requeridos para producirlo y/o venderlo a cubrir los costos fijos y a generar utilidades.

Algunos autores, como Wajchman Mauricio, llaman a la contribución marginal, margen de contribución.

La contribución marginal total (CMT), surge de la relación entre las ventas totales y los costos variables totales requeridos para generarlas.

O sea:

$$CMT = V - CV$$

(31)

que también puede expresarse como: relación entre el volumen y las contribuciones marginales unitarias.

$$CMT = Q (pv - cv) = Qcm$$

(32)

expresión que corresponde a un único producto.

Como ya hemos visto en el caso de empresas que producen y/o venden más de un artículo, la contribución marginal total, es consecuencia, además de las contribuciones marginales de cada artículo, de la proporción en que ellos son producidos y/o vendidos, es decir de la mezcla de producción y/o ventas.

Por lo tanto, aparece en términos unitarios el concepto de la contribución marginal media: $\bar{cm}$, o sea como, dada cierta mezcla de producción y/o ventas, de productos con diferentes contribuciones marginales, esta combinación genera una contribución unitaria media que contribuye a generar la contribución marginal total.

Será también la expresión de la diferencia entre el precio medio de venta de todos los artículos (pv) y el costo variable medio de

todos los artículos (cv).

Si existieran 3 artículos A, B y C, que conforman el total de las ventas cuyos precios y costos variables son los que se indican y su participación de ellos en las ventas fuera de 0,40; 0,25 y 0,35, tendríamos

	pv		cv	cm	Participación	$\bar{cm}$
	\$		\$	\$	%	\$
A	10	-	6	4	40	1,60
B	20	-	14	6	25	1.50
C	5	-	1	4	35	1.40

						4.50
						=====

Si la cantidad total vendida hubiera sido 2.000 unidades en la proporción indicada para cada artículo sería:

$$CMT = Q \times \bar{cm}$$

(33)

$$CMT = 2.000 \text{ u.} \times \$ 4.50 = \$ 9.000$$

En realidad, la contribución marginal media tiene un uso relativo en los procesos de decisión pues lo que realmente tiene interés es la contribución marginal de cada artículo, familia o línea.

En ciertas ocasiones la contribución marginal unitaria y la total se desdoblan por su origen. En el caso de empresas industriales es común la determinación separada de la contribución marginal generada por la actividad industrial, (cuando se refiere a valores totales generalmente se la denomina Margen bruto industrial) y la contribución marginal generada por la actividad comercial (también denominada Margen bruto comercial o de comercialización).

Existe un problema metodológico, el desdoblamiento del precio de venta, que obviamente es el del precio del artículo, en el o los mercados en que la empresa opera.

Para la determinación de la contribución marginal suelen utilizarse dos alternativas en la determinación del "precio".

1. El precio de transferencia interna.

Utilizado generalmente cuando se miden rendimientos divisionales. Para su fijación existen varias alternativas, de

las cuales la más utilizada es asignar como precio de transferencia el precio de mercado al que la función o división comercial adquiriría un producto de igual calidad que el producido internamente para proceder a su comercialización.

2. El menor precio al que la división comercial podría obtener en el mercado, para el producto fabricado internamente sin esfuerzos de comercialización. Por ejemplo, si la empresa opera con comercios minoristas, se le asignaría el precio que pagaría un mayorista por el producto colocado sobre culata de camión, o sea sin costos de manipuleo y fletes.

Entonces para un artículo sería:

$$MBI = Q (pt - cv_1)$$

en el caso de la función comercial el precio sería la diferencia entre el precio real de venta en su mercado normal (pues representaría la diferencia o mayor precio que podría lograr con su esfuerzo) y el asignado a la actividad insutrial: $pv - pt$ y la contribución de la función comercial sería:

luego: $cm_c = (pv - pt) - cv_c$

$$cm = cm_1 + cm_c$$

$$cm = pt - cv_1 + pv - pt - cv_c$$

$$cm = pv - (cv_1 + cv_c)$$

Si el precio de venta en el mercado mayorista de un producto fuera de \$ 10 y los costos variables unitarios de comercialización fueran del 8 % del precio de venta, mientras que el costo variable unitario de manufactura fuera de \$ 5, la contribución marginal del producto sería:

$$cm = 10 - (0.08 \times 10 + 5) = \$ 4.20$$

Si nos interesa conocer cual es la contribución marginal generada por la actividad manufacturera y cual por la función de comercialización, deberíamos buscar cual sería el precio al que la división de comercialización podría adquirir en el mercado un producto de igual calidad que el que recibe de la fábrica (o al menor precio que podría colocarlo en otro mercado distinto del habitual). Suponiendo que ese precio fuera de \$ 7, tendríamos:

$$cm_1 = 7 - 5 = \$ 2$$

Ahora bien, la contribución marginal generadas por la división de comercialización, sería:

$$cm_c = \underbrace{(10 - 7)}_{pv - p_{v1}} - \underbrace{(0.8 \times 10)}_{\% \times pv} = \$ 2.20$$

$$cm = cm_i + cm_c$$

$$cm = 2 + 2.20 = 4.20$$

Quizás habría que aclarar que el primer término $(10 - 7)$ representa cual es el ingreso neto generado por la división comercial y que hubiera sido similar a considerar el p_{v1} como un costo variable de la división de comercialización, con lo que:

$$cm_c = 10 - (7 + 0.08 \times 10) = \$ 2.20$$

5.2. Margen de Contribución

Se denomina margen de contribución a la proporción en que cada peso de venta contribuye, luego de cubrir los costos variables a solventar los costos fijos y generar utilidad.

O sea:

$$MC = \frac{cm}{pv}$$

CMg %

(34)

Algunos autores, como M. Wajchman llaman al margen de contribución, razón de contribución.

Este concepto es idéntico al que la literatura americana denomina P/V, o profit-volume.

Luego el Margen total de contribución corresponde a la proporción en que el total de las ventas, luego de cubrir el total de los costos variables, contribuye a cubrir los costos fijos y genera utilidad.

$$MCT = \frac{CMT}{V}$$

(35)

En realidad el concepto de margen de contribución es más valioso para el análisis que el de contribución marginal, en cuanto expresa relaciones y no valores absolutos, y permite mas facilmente operar con resultados.

También es aplicable al margen de contribución, lo que hemos visto para el caso de una mezcla de artículos.

Utilizando el ejemplo dado sería:

	pv	cm	mc
	\$	\$	%
A	10	4	40
B	20	6	30
C	5	4	80

Luego si para el mismo ejemplo anterior expresamos las ventas totales para la participación, los precios y las unidades vendidas del ejemplo anterior, tendríamos:

$$\begin{aligned}
 V &= 2000 \times 0.04 \times 10 + 2000 \times 0.25 \times 20 + 2000 \times 0.35 \times 5 = \\
 &= \underbrace{800 \times 10}_A + \underbrace{500 \times 20}_B + \underbrace{700 \times 5}_C = \\
 &= 8000 + 10000 + 3500 \\
 &= \$ 21.500
 \end{aligned}$$

Por lo tanto la contribución generada por cada artículo sería:

$$\begin{aligned}
 CMT &= \underbrace{8000 \times 0.40}_{CM_A} + \underbrace{10000 \times 0.30}_{CM_B} + \underbrace{3500 \times 0.80}_{CM_C} = \\
 &= 3200 + 3000 + 2800 \\
 &= \$ 9000
 \end{aligned}$$

igual valor que hemos obtenido en el ejemplo anterior.

Y ahora

$$MC = \frac{CMT}{V} = \frac{9.000}{21.500} = 41.86 \%$$

es decir que, mientras se mantenga la mezcla de ventas y las contribuciones marginales expuestas, cada peso de venta generará 0.4186 centavos, con lo que se deberá cubrir los costos fijos y luego de esa cobertura el excedente será la utilidad.

5.3. Razón de recuperación

De la fórmula (34) podemos ver que si:

$$mc = \frac{cm}{pv}$$

Será:

$$mc = \frac{pv - cv}{pv}$$

O sea

$$mc = 1 - \frac{cv}{pv}$$

O bien

$$\frac{cv}{pv} = 1 - mc$$

(36)

Siendo el primer término el denominado razón de recuperación (r.r.), o sea cuanto de cada peso de venta se aplica a cubrir los costos variables asociados con aquella.

Como puede observarse, la razón de recuperación es la recíproca del margen de contribución.

Para nuestro ejemplo, será:

$$\begin{aligned} rr &= 1 \div 0.4186 \\ rr &= 0.5814 \\ rr &= 58.14 \% \end{aligned}$$

Es lógico que cuanto más alto sea el margen de contribución, se muestra que es menor la incidencia de los costos variables y generalmente esto exige un menor capital de trabajo, o en otros términos un menor requerimiento financiero.

5.4. El margen de marcación

Este concepto es de mayor aplicación en la actividad comercial y su uso es muy común cuando con prescindencia de relativas diferencias en los precios de compra, se carga un coeficiente sobre ellos.

De tal manera que:

$$pv = cv (1+m)$$

(37)

donde "m" es el margen de marcación.

Pese a que su aplicación se observa en el área comercial, también es de aplicación en la división comercial de empresas manufactureras, donde se suelen utilizar márgenes de marcación iguales para todos los productos que integran una misma línea o familia. En estos casos se aplica sobre los costos variables.

Su aplicación en el sistema de equilibrio surge de considerar que a partir de (37) si $cv = 1$ será:

$$pv = 1 + m$$

Si

$$\begin{aligned} V &= pv \times Q \\ \text{y } pv &= (1 + m) \\ \text{Será } V &= Q (1 + m) \end{aligned}$$

Además:

$$\text{Si } cm = pv - cv$$

y suponemos que $cv = 1$

$$\begin{aligned} \text{Será } cm &= 1 + m - 1 \\ \text{O sea } cm &= m \end{aligned}$$

$$\text{y si } mc = \frac{cm}{pv}$$

$$\text{Será: } mc = \frac{m}{1 + m} \quad (38)$$

Luego si reemplazamos en las fórmulas anteriores 29 y 28, será:

$$V_n = \frac{\frac{CFC + CFO}{m}}{1 + m} \quad (39)$$

$$V_n = \frac{CFC + CFO (1 + m)}{m} \quad (40)$$

$$V_t = \frac{\frac{CFC + CFO + R}{m}}{1 + m} \quad (41)$$

6. EJEMPLIFICACION

Creemos conveniente un ejemplo numérico simple de aplicación:

DATOS

Costos Fijos de capacidad \$ 10.000
Costos Fijos de operación para el tramo de actividad previsto. \$ 5.000

Artículo o Línea	pv	cv	cm	Ventas (unidades)	MIX (i del total)	CHT	nc
A	10	4	6	1.000	10	6.000	0.60
B	5	1	4	3.000	30	12.000	0.30
C	8	6	2	6.000	60	12.000	0.333
				10.000	100	30.000	0.4109

Area o nivel de referencia tramo entre 4.000 y 6.000 unidades.

Pregunta:

Si se mantiene el mix de ventas actual conocer las unidades totales a vender para alcanzar el equilibrio buscado de beneficio igual al 20 % de los costos fijos totales y el punto de nivelación.

1. Punto de equilibrio en unidades (expresión física)

Reemplazando en la expresión (28) se tiene:

$$PE = \frac{\left[\begin{matrix} CFC \\ 10.000 \end{matrix} \right] + \left[\begin{matrix} CFO \\ 5.000 \end{matrix} \right] + 0,2 \left[\begin{matrix} CFC + CFO \\ (10.000 + 5000) \end{matrix} \right]}{\frac{3}{\bar{cm}}} = 6.000 \text{ u.}$$

$$\bar{cm} = 0,1 \times 6 + 0,3 \times 4 + 0,6 \times 2 = \$ 3$$

Este valor es útil para aclarar lo expuesto en pag. (12).

$$\sum_{t=1}^n a_t (pv_t - cv_t) = \bar{cm}$$

2. Punto de nivelación en unidades (expresión física)

$$PN = \frac{10.000 + 5.000}{3} = 5.000 \text{ u.}$$

La diferencia de 1.000 u. entre PN y PE es el esfuerzo requerido para alcanzar el beneficio deseado

$$\left(\frac{R}{cm} = \frac{\$ 3.000}{\$ 3} = 1.000 \text{ u.} \right)$$

3. Punto de equilibrio en términos monetarios

$$V = \frac{10.000 + 5.000 + 0,2 (10.000 + 5.000)}{3 \% 7,30} = \$ 43.800$$

$$cm = \$ 3$$

$$pv = 0,1 \times 10 + 0,30 \times 5 + 0,60 \times 8 = \$ 7,30$$

$$mc = 0,4109589$$

4. Punto de nivelación en términos monetarios

$$V = \frac{10.000 + 5.000}{3 \% 7,30} = \$ 36.500$$

COMPROBACION

Ventas

A - 600 u. x \$ 10	6.000	
B - 1.800 u. x \$ 5	9.000	
C - 3.600 u. x \$ 8	28.800	43.200

	6.000	

Costo Variable

A - 600 u. x \$ 10	2.400	
B - 1.800 u. x \$ 5	1.800	
C - 3.600 u. x \$ 8	21.600	25.800
	-----	-----
	CHT	\$ 18.000

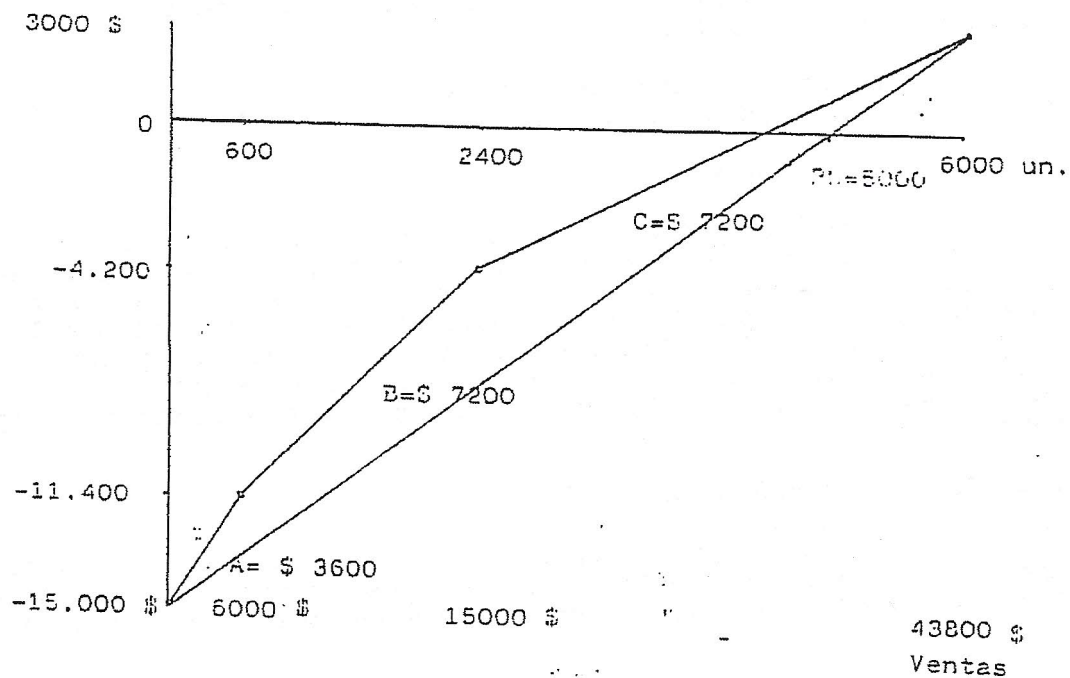
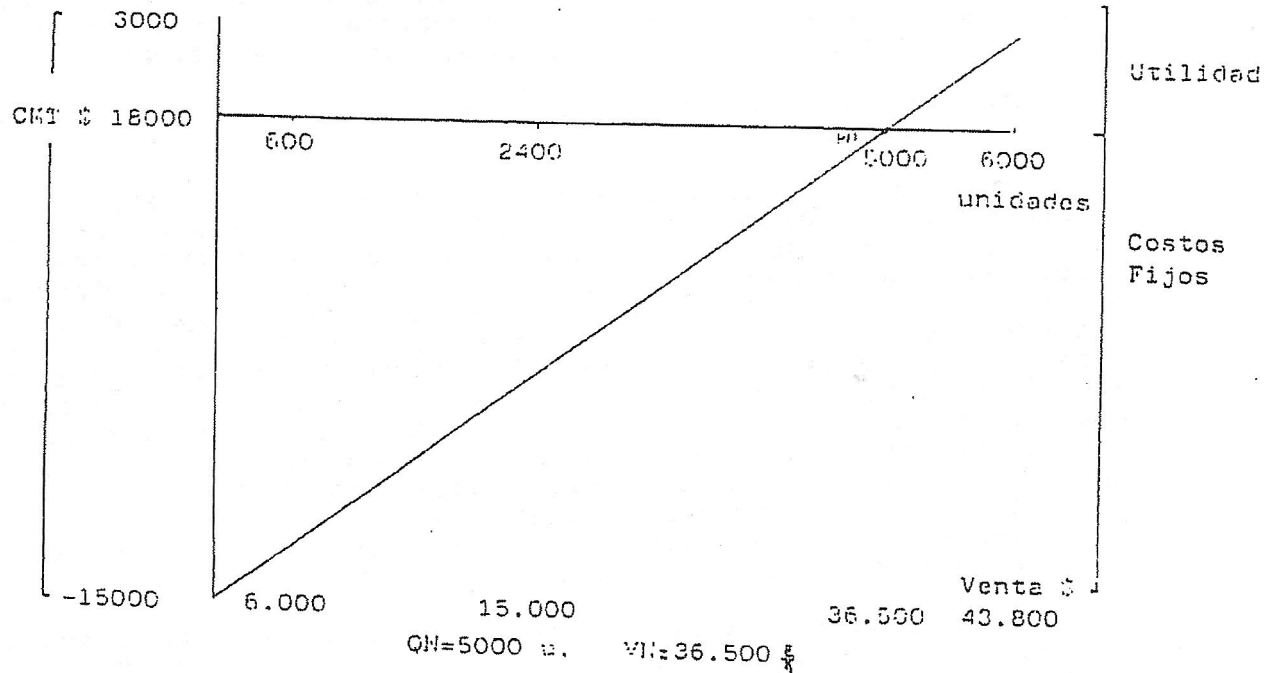
Costos Fijos de capacidad \$ 10.000

Costos Fijos de operación \$ 5.000 \$ 15.000

UTILIDAD

\$ 3.000 (0,20 x \$ 15.000)
=====

El ejemplo anterior puede representarse en forma gráfica a través del conocido como gráfico p/v o profit volume para la totalidad de los productos; o a través del denominado gráfico poligonal que muestra como se integran las contribuciones de los distintos productos en el resultado global.



7. Modelos de representación del sistema de equilibrio

Los modelos gráficos de representación del Sistema de equilibrio asumen distintas formas, prácticamente todas ellas son una expresión de las relaciones Costo-Utilidad-Volumen (CUV), como también se denomina a estas representaciones. A continuación se exponen algunos de los más conocidos en forma simplificada.

7.1. Gráfico o modelo de nivelación clásico o gráfico de Raustentrach

Este gráfico, desarrollado a principios de siglo por Raustentrach, es el más conocido (y el más imperfecto o menos útil), es típicamente determinista y presenta como prácticamente todos los demás que asumen comportamientos lineales y constantes, tanto de los precios de venta como de los costos variables unitarios como de los costos fijos desde 0 hasta Q_m , el error de no considerar que a distintos niveles de actividad los costos fijos se modifican al menos por la diferente magnitud de los costos fijos operativos propios de cada nivel de actividad; y además que a diferentes volúmenes de demanda los precios tienden a cambiar, lo que también ocurre con los costos variables unitarios, que al incrementarse los volúmenes de producción acusan modificaciones en el componente real (v.g. cambios en los rendimientos) y también en el componente monetario (v.g. reducciones en los precios)

Todas las representaciones que asumen comportamientos lineales no son válidas sino dentro de una cierta área o nivel de referencia. Esta reflexión justifica la prevención o el peligro de utilizar estos modelos sin un adecuado análisis de los posibles comportamientos fuera de dichos niveles de las diferentes variables que integran el modelo.

Utilizando los datos del ejemplo visto en el punto 6, hemos diseñado el gráfico de pag. (28)

7.2. Gráfico de Knoeppel

Este gráfico presenta un avance sobre el anterior aunque adolece de sus mismos efectos. Al representar de diferente manera los costos totales, como acumulación sobre los costos variables, permite apreciar con claridad la Contribución marginal total, como diferencia entre los Ingresos totales por ventas y los costos variables, y mostrar claramente el Punto de Nivelación, como aquel en que se igualan los Costos Fijos con la Contribución marginal total.

7.3. Gráfico o modelo parabólico

Este modelo supone cambios en los precios y en todos los costos ante los diferentes volúmenes de producción. Presenta el inconveniente de operar con variables continuas y no con variables

discretas, lo que hace casi impracticable su aplicación en la empresa, salvo en que los cambios puedan ser medidos "por cada unidad", lo que sabemos que no ocurre sino excepcionalmente.

No obstante presenta dos aspectos que son de importancia. El primero de ellos es que muestra que la empresa tiene dos puntos de nivelación, uno a muy bajos volúmenes de producción y el otro a niveles superiores. El segundo es mostrar el área en que entre los dos puntos de nivelación citados se generan beneficios, y permite la determinación del punto de máximo beneficio o nivel óptimo de operación. En la práctica constituye la base del modelo de Ingresos y costos diferenciales.

7.4. Gráfico o modelo realista para diferentes niveles de actividad

Este modelo, aún cuanto tiene también un enfoque determinista, refleja con bastante acierto la realidad, pues muestra distintas situaciones según los diferentes niveles de actividad.

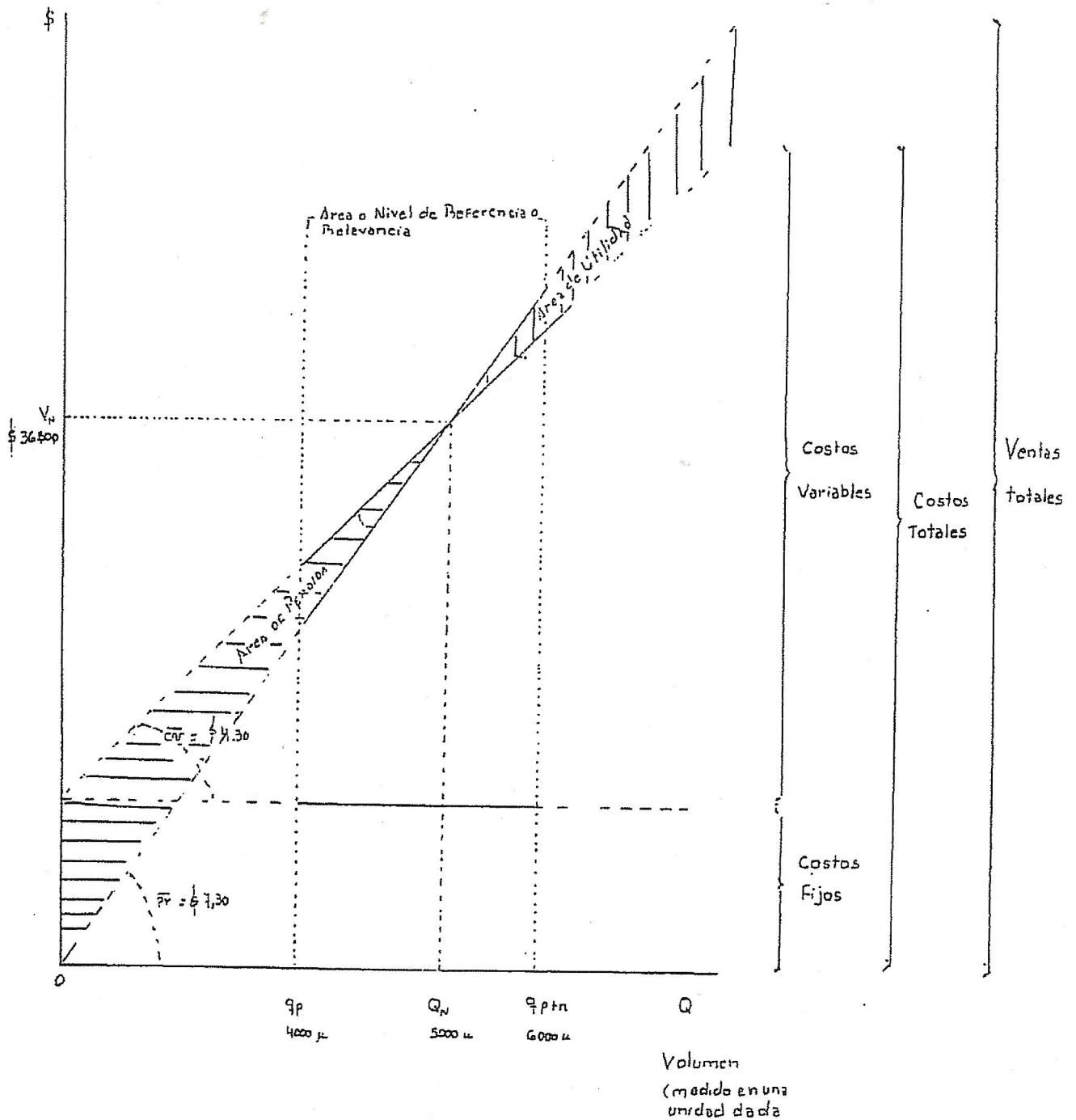
Puede observarse a través de este modelo, que la empresa no tiene un único Punto de nivelación, sino que el mismo será diferente para cada uno de los diferentes niveles de actividad posible, por los cambios que se producen en las variables.

7.5. Gráfico o modelo estocástico simplificado

En este modelo se presentan las probabilidades de acaecimiento de diferentes futuros, tanto en lo que hace a los costos como a los precios de venta.

Puede presentarse en forma de modelo parabólico o lineal. Lo más común es que analizadas las probabilidades y elegido un curso de acción dado se opte por tres situaciones: más probable (optimista), menos probable (pesimista) y la del valor medio esperado considerado como satisfactorio. De allí surgirán puntos de nivelación propios de cada alternativa, pero también de la comparación de los Puntos de nivelación máximo y mínimo, el área de riesgo correlativo.

Si bien el modelo simplificado que se muestra a continuación se refiere a los niveles de actividad desde 0 a Q_m se puede observar que el área de referencia estaría comprendida entre los Puntos de nivelación optimista (el mas cercano a 0) y el pesimista (el más alejado de 0).



MODELO CLASICO (Raustentrach - 1907)

CARACTERISTICAS (e inconvenientes)

1. Crudamente Determinista
2. Supone que para todo volumen:
 - pv constante
 - cv constante
 - CF Sin cambio cualquiera sea el nivel de actividad
3. Solo Refleja el Punto de Nivelación al que llana de equilibrio.
4. No muestra la contribución marginal total.

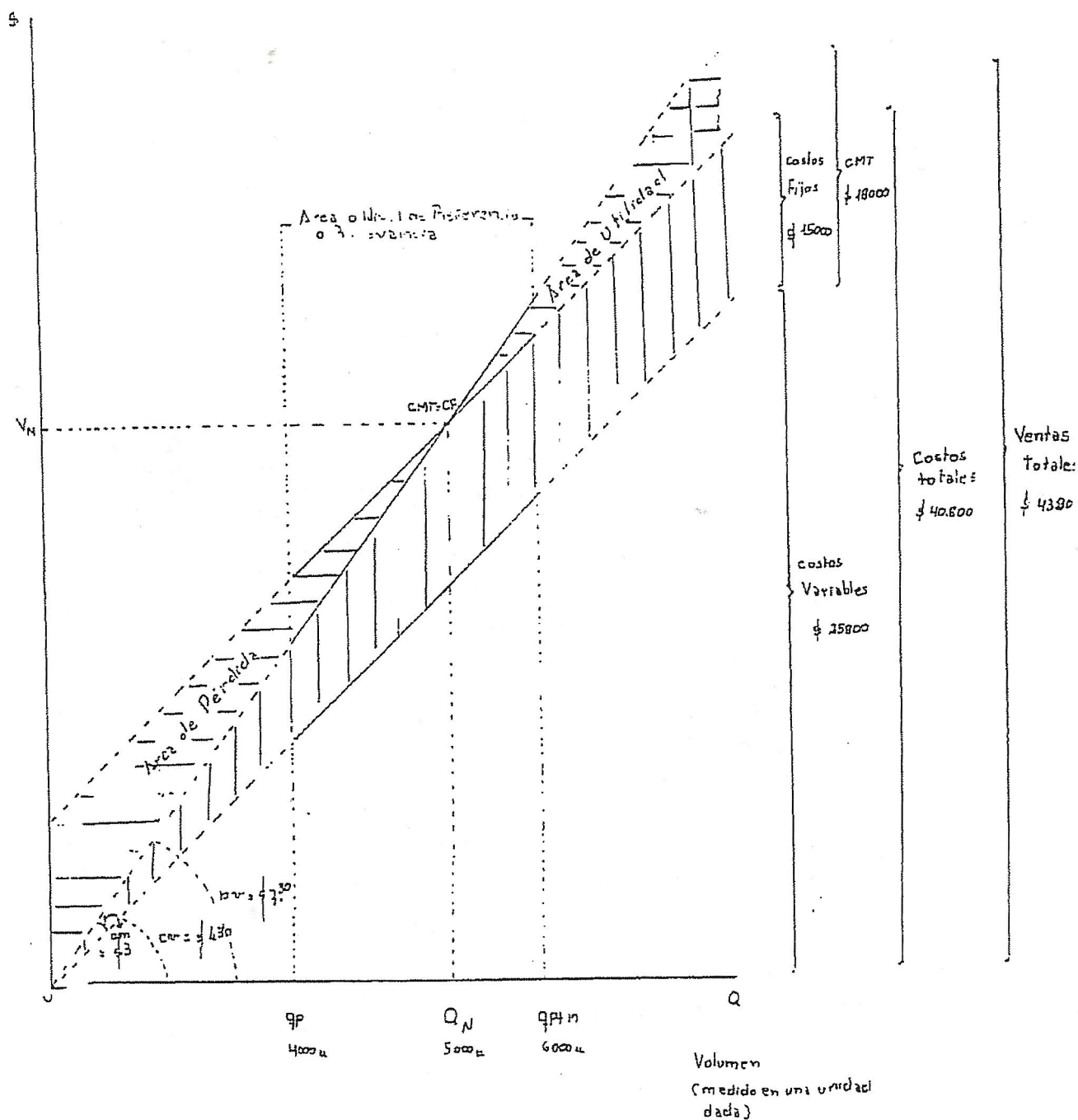


GRAFICO O MODELO DE KNOEPPPEL (1946)
(Volumen medido en una unidad dada)

CARACTERISTICAS

1. Permite mostrar la Contribución Marginal Total ($V - CV$) (Si se compara pv y cv permite mostrar cm y como se conforma CMT)
2. Permite mostrar la pérdida generada por la no cobertura de los Costos Fijos.
3. Tiene los mismos inconvenientes del Modelo Clásico
Supone que para todo volumen:
 pv constante
 cv constante
 CF Sin cambio cualquiera sea el nivel de actividad
4. Solo muestra el Punto de nivelación al que llama Punto de equilibrio

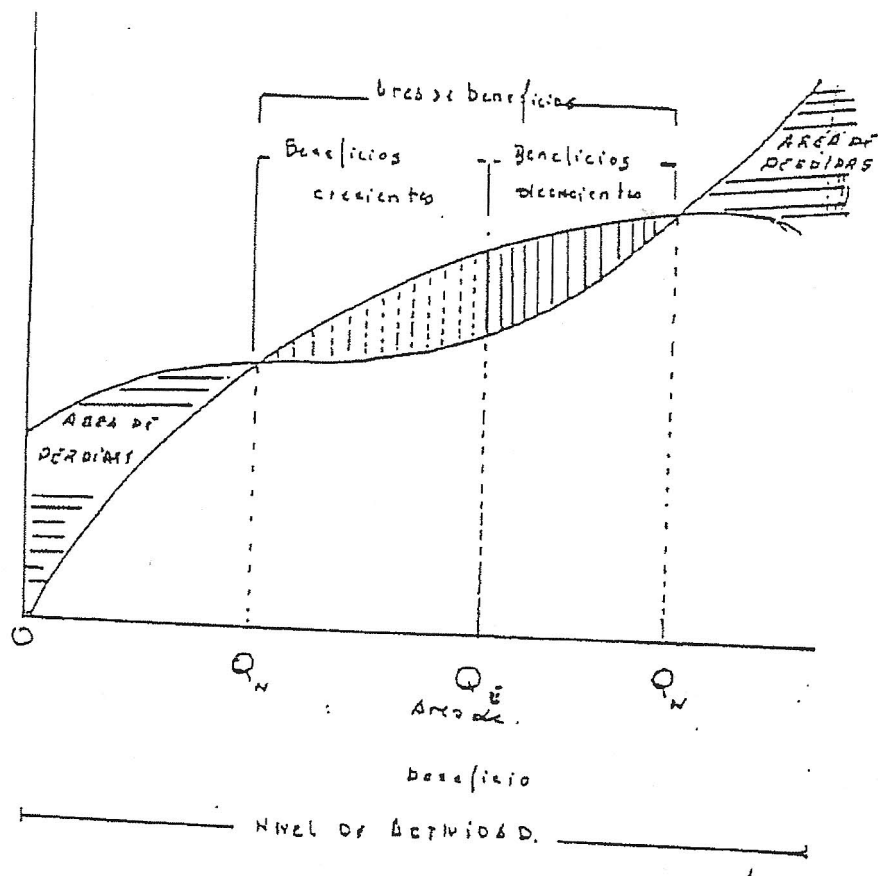
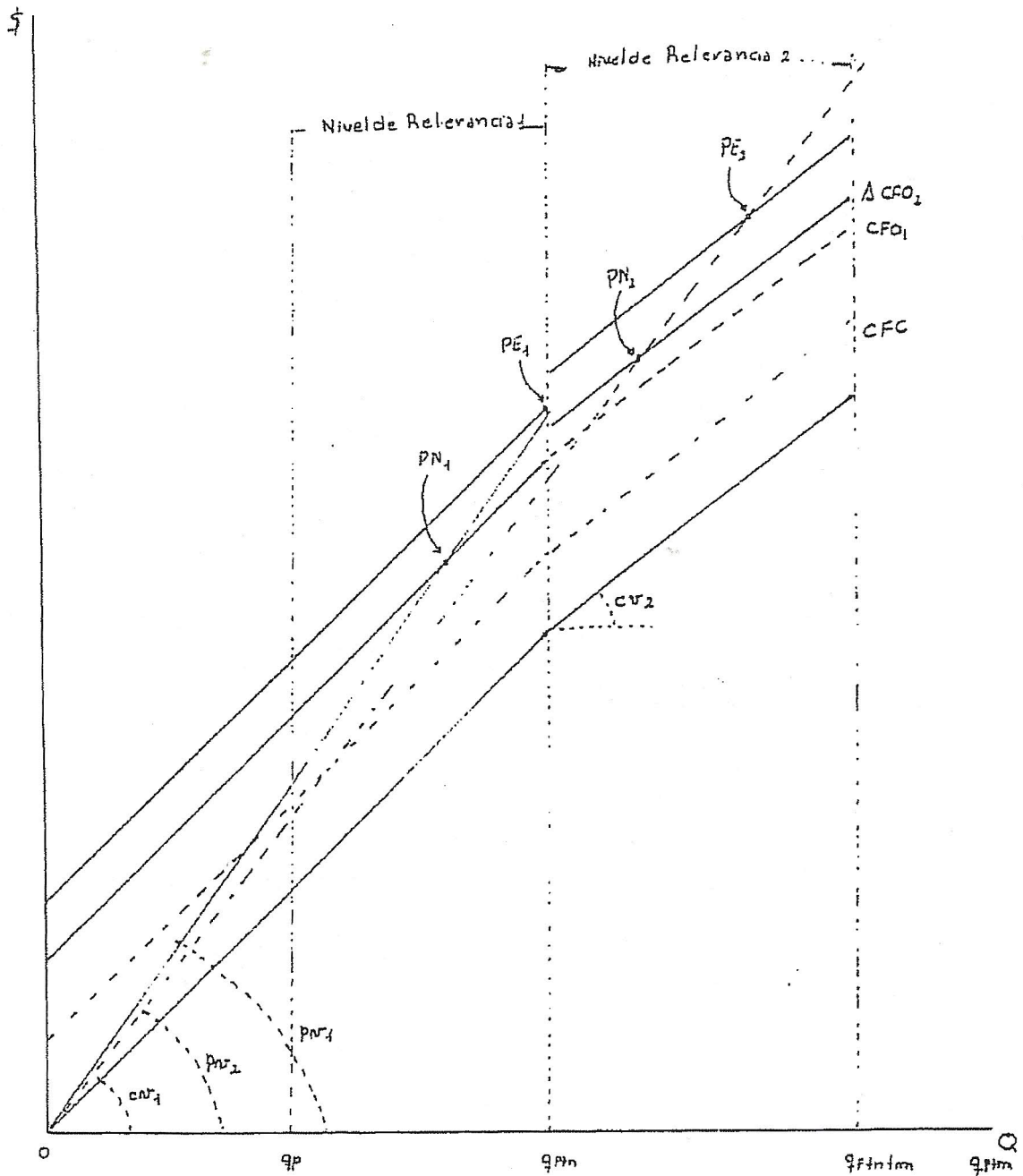


GRAFICO O MODELO PARABOLICO

Conviene destacar similitudes y diferencias con el Modelo realista



PUNTOS DE NIVELACION Y DE EQUILIBRIO EN DIFERENTES NIVELES DE ACTIVIDAD
(Usando el modelo de Knoepfel)

Permite mostrar PN y PE para 3 distintos niveles o (1) de actividad.

$$0 - q_p$$

$$q_p - q$$

$$p + n$$

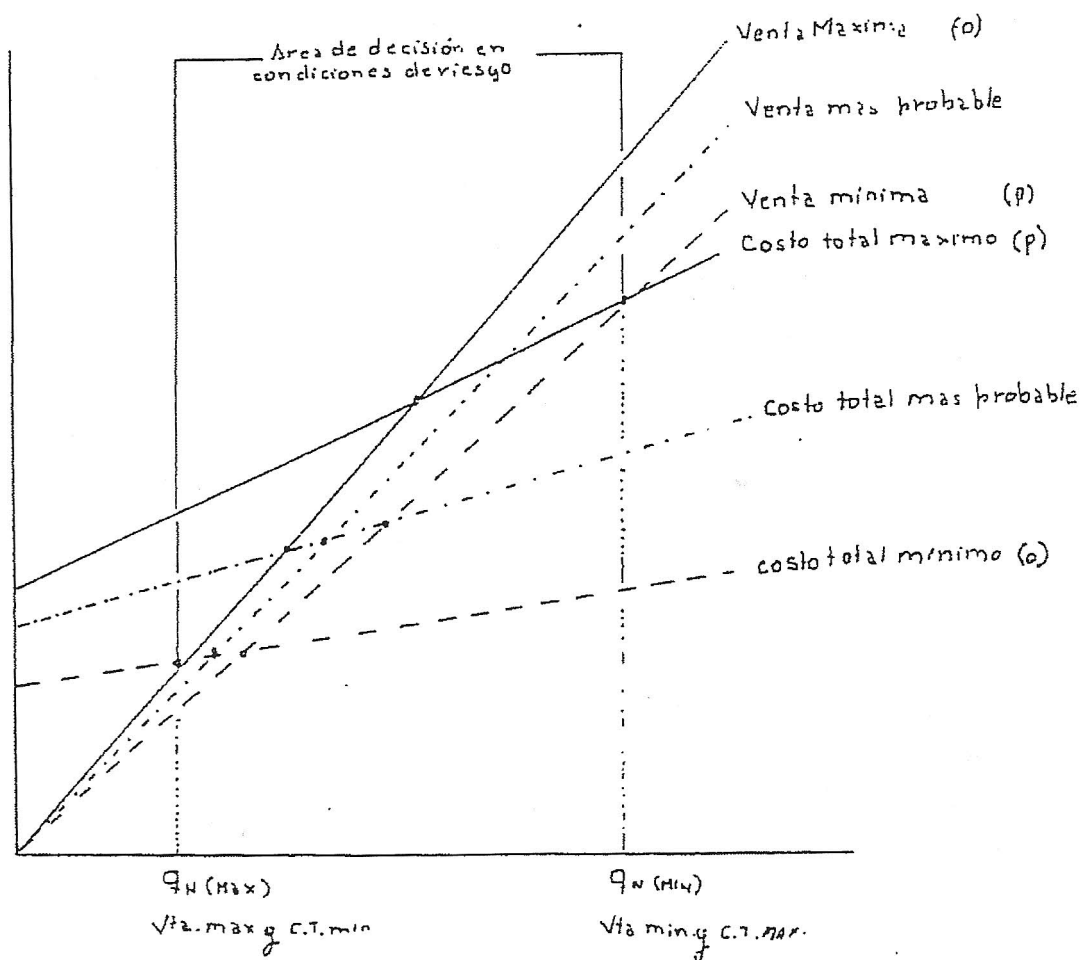
$$q - q$$

$$p + n - p + n$$

Suponiendo que el área de relevancia fuera $q - q$ y que se prevé pasar a la siguiente q a q

$$p - p + n - p + n$$

Variando p_v , cv y CFO al pasar a la segunda área o nivel.



MODELO ESTOCASTICO SIMPLIFICADO CON FUNCIONES LINEALES

8. MARGEN DE SEGURIDAD

Se llama Margen de Seguridad a la diferencia que existe entre la situación real, o la proyectada y aquella en la que se alcanza el punto de nivelación.

$$MS = V_p - V_n$$

Siendo V_p la venta actual o proyectada.

Para el ejemplo del apartado 6, si se estima una venta de \$ 40.000, será

$$MS = V_p - V_n$$

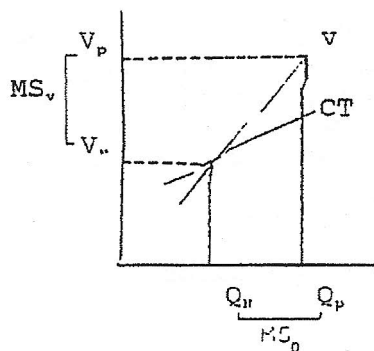
$$MS = 40.000 - 36.500 = \$ 3.500$$

Como vemos el MS, en valores absolutos nos indica en que importe pueden disminuir las ventas para no entrar en zona de pérdida, o sea, para no situarse más abajo del "umbral" de rentabilidad.

También suele expresarse en términos físicos y así sería

$$MS_q = Q_p - Q_n$$

Graficamente sería:



La forma mas adecuada de medir y expresar el margen de seguridad es en forma de relaciones, o coeficientes, que toman el nombre de Grado o Indice de seguridad.

Existen distintas formas de expresar este grado de seguridad

$$GS_1 = \frac{V_p - V_n}{V_p} = 1 - \frac{V_n}{V_p} = \frac{MS}{V_p}$$

O sea el MS respecto de la venta real o proyectada indica en que porcentaje pueden disminuir las ventas sin caer por debajo del punto de nivelación.

$$GS_2 = \frac{\frac{\text{gan.s/ventas}}{nc} = \frac{100 \times R}{V_p}}{\frac{100 \times R}{V_p} \times \frac{pv}{ch}}$$

De esta forma se relaciona el Resultado con el margen de contribución de las ventas previstas o reales, que son en definitiva las que lo generan, e indica como en GS_1 , en que % pueden caer las ventas sin generar pérdidas.

$$GS_3 = \frac{V_p - V_n}{V_n} = \frac{V_p}{V_n} - 1$$

Indica en que porcentaje o cuantas veces las ventas reales o proyectadas superan el Punto de nivelación, y por ende hasta donde pueden caer las mismas.

$$GS_4 = \frac{R}{CF}$$

En este caso al relacionarse el beneficio con los costos fijos se expresa en cuanto puede disminuirse aquel para no caer en zona de pérdida, lo que ocurrirá solo cuando aquel no supere los costos fijos operativos del nivel de actividad y los costos fijos de estructura. Es decir que $B = 0$, ocurrirá cuando $CMT = CF$.

Ejemplo de aplicación:

Dados los siguientes datos:

$$pv = \$ 500$$

$$cv = \$ 300$$

$$CF = \$ 50.000$$

$$Q_p = 1.000 \text{ un. (venta actual o proyectada)}$$

$$Q_n = \frac{50.000}{500 - 300} = 250 \text{ un.}$$

Para la alternativa "b"

$$CT_b = 8.000 \times 575 \div 8.000 (1 + 0.40) + (15.000 - 8.000) 1 \div (12.500 - 8.000) \times 0.40$$

$$CT_b = \quad 57.200 \quad + \quad 3.800$$

$$CT_b = \$ 66.000$$

Si bien los costos totales se igualan en el punto de indiferencia debe hacerse notar que existe una diferencia importante entre ambas alternativas al tener diferentes capacidades y distinta estructura de costos lo que hace que no sea aconsejable inclinarse por una u otra alternativa solamente por la relación existente entre el volumen requerido (Q_x) y aquel en que los costos de ambos se igualan (Q_i).

Los costos fijos de operación se mantendrán constantes para cada alternativa dentro de los niveles de actividad que definen el área de referencia y serán los necesarios para alcanzar el límite máximo del mismo q_{p-n} y existirán desde el mínimo q_p .

Puede ocurrir que en alguna o en ambas alternativas, dentro del área de referencia se produzcan modificaciones operativas que alteren esa constancia.

Volviendo al ejemplo es claro que mientras se acerque el volumen requerido al máximo previsto, mejor se aprovecharán los costos fijos operativos, pero si se espera que en el largo plazo el volumen de operación no superará el máximo previsto, o sea el límite máximo del área de referencia ($Q_{p-n} = 12.500u$) la opción por una alternativa de mayor capacidad, por ejemplo "a" en nuestro caso no sería aconsejable.

Obsérvese en el ejemplo que los costos unitarios están compuestos por dos partes, el costo necesario y el costo de la ociosidad, para el área de referencia elegida para la comparación de alternativas, lo que puede expresarse de la siguiente forma:

$$cu_x = cv + \frac{CFC}{Q_{max}} + \frac{CFO}{q_{p-n}} + \frac{CFC}{Q_{nav}} (Q_{max} - Q) + \frac{CFO}{q_{p-n}} (Q_{p-n} - Q)$$

┌──────────┐
Costos
┌──────────┐
Costos de la ociosidad

necesarios
unitarios para el volumen Q

El gráfico siguiente demuestra lo expuesto, para los costos totales.

O sea que; para el punto de indiferencia Q_i , será:

$$V_H = \frac{50.000}{500 - 300} = \frac{50.000}{0.4} = \$ 125.000$$

Para la situación proyectada será

$$V = 1.000 \text{ u.} \times \$ 500 = \$ 500.000$$

$$CV = 1.000 \text{ u.} \times \$ 300 = \$ 300.000$$

	CMT	\$ 200.000	(mc x V = 0.4 x 500.000)
CF (por nivel de activ.)	\$	50.000	
Beneficio	\$	150.000	

Luego:

$$MS_q = 1000 - 250 = 750 \text{ un.}$$

$$MS_v = 1000 \times 500 - 125.000 = \$ 375.000$$

$$GS_1 = \frac{500.000 - 125.000}{500.000} = \frac{375.000}{500.000} = 75 \% \text{ (}\% \text{ en que pueden bajar las ventas para no caer debajo de } V_H \text{)}$$

$$GS_2 = \frac{100 \times 150.000}{500.000} \times \frac{500}{500 - 300} = 75 \%$$

$$GS_3 = \frac{500.000 - 125.000}{125.000} = \frac{500.000}{125.000} - 1 = 3 = 300 \% \text{ (Cantidad de veces en que las ventas proyectadas superan las ventas en el punto de nivelación)}$$

$$GS_4 = \frac{150.000}{50.000} = 3 \text{ (Indica que los resultados superan los costos fijos en un 300 \% y que pueden descender en esa proporción hasta que CF = CMT, lo que ocurre en el punto de nivelación)}$$

9. UNA REEXPRESION DEL PUNTO DE NIVELACION

Cualquiera sea la forma de determinación (física o monetaria) el Punto de nivelación, como hemos visto hasta el momento, no considera el uso hecho o previsto de los costos fijos (ya sean de estructura o de operación) y asume una situación única, que supone la utilización del total de ellos o sea la carencia de ociosidades, suponiendo, correlativamente, que los costos utilizados han sido "los necesarios".

Si aceptamos que el punto de nivelación expresa, en volúmenes o en valores, el esfuerzo para cubrir con los ingresos la totalidad de los costos, debe pensarse que los costos aplicados a los ingresos, deben ser los necesarios para obtener el producto vendido y si agregamos en ellos la cobertura de los costos de la ociosidad, (que en ningún caso deben ser incorporados a los costos), debe expresarse claramente que parte del esfuerzo de generación de ingresos "se pierde" absorbido por los costos no necesarios.

Supongamos simplifícadamente una planta (o un centro de actividad a cuyo producido podamos asignarle un precio si es que no tiene mercado inmediato), que puede operar en 3 turnos, teniendo como es lógico un solo costo fijo de capacidad (CFC) que responde a la capacidad máxima (Q_m) y costos fijos de operación propios de cada turno que logicamente serán distintos y mayores en forma consecutiva y que además los costos variables unitarios serán distintos por la diferencia de rendimientos en sus componentes físicos y los cambios en los componentes monetarios.

La empresa puede operar en un turno, dos o tres, (aún en este último caso no alcanza a utilizar la capacidad máxima), pero para poder colocar la mayor producción debe bajar sus precios.

	Q_m	En un turno q_1	V_1	En 2 Turnos q_2	V_2	En 3 Turnos q_3	V_3
unidades	40.000	10.000	10.000	20.000	10.000	30.000	27.000
Cap. Oc.estructural		30.000		20.000		10.000	
Cap. Oc.operativa			0		2.000		3.000
CFC Totales	\$ 50.000						
CFO por turno	\$	10.000		22.000		45.000	
cfo unitarios	\$ 1.25						
cfo unitarios	\$	1		1.10		1.50	
Costo variable unitario	\$	5		4.50		4.75	
Precio de venta	\$		12		10		8.50

Q_m = Capacidad máxima de producción

q_1 , q_2 y q_3 = Producción alcanzable operando en 1, 2 o 3 turnos.

V_1 , V_2 y V_3 = Ventas realizadas de la producción de 1, 2 o 3 turnos respectivamente

Conforme a la información existente, la empresa desea conocer sus puntos de nivelación para 1, 2 y 3 turnos de operación y ventas.

Los Costos no necesarios serán los correspondientes a

1. La capacidad ociosa anticipada, valuada en términos de costos de estructura, al decidirse a operar en 1, 2 o 3 turnos de trabajo o sea, según los datos del cuadro anterior.
2. La capacidad ociosa proyectada, valuada en términos de costos operativos, que depende de que la empresa haya previsto operar vendiendo la totalidad de la producción obtenida de operar 1, 2 o 3 turnos, o que solo se prevea vender una parte de la misma.

En el primer caso no habría ociosidad anticipada o prevista en términos de costos operativos ($V_1 = q_1$ y $V_2 = q_2$).

En el caso de operar 2 o 3 turnos se entiende que se operará sin derivar a stock la producción excedente sobre la venta proyectada, o sea que se operará solo hasta la cantidad vendida, arrojándose entonces una ociosidad operativa igual a la diferencia entre lo posible de fabricar, según se trate de 1, 2 o 3 turnos, y la cantidad prevista vender para cada caso.

Como en el proceso decisorio se toma y proyecta información hacia el futuro, el costo de la capacidad ociosa total, resultante de cada una de las alternativas, será igual a la ociosidad proyectada en términos de uso de la capacidad instalada, valuada con los costos fijos de estructura (que al tomarse la decisión de operar en 1, 2 o 3 turnos, se renuncia a aprovechar), mas la capacidad ociosa operativa generada por el nivel de actividad de operación posible en 1, 2 o 3 turnos y lo realmente alcanzable en función de las ventas, medida en función de los costos fijos de capacidad y operación no utilizadas.

En consecuencia, los costos en que se prevé incurrir pero que no serán utilizados, o sea que no será racionalmente necesarios, son los que corresponden a:

Costo de C.O. (no necesario) = $(Q_m - V_p) \times \text{cfc unitarios} + (q_p - v_p) \times \text{cfo unitarios}$.

De donde resulta, de los datos expuestos en el cuadro anterior, que:

$$\begin{aligned} \text{Para 1 turno: Costo de } CO_1 &= (40.000 \text{ u.} - 10.000 \text{ u.}) \times \$ 1.25 + (10.000 \text{ u.} - 10.000 \text{ u.}) \times \$ 1 \\ &= 37.500 + 0 = \$ 37.500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Para 2 turnos: Costos de } CO_2 &= (40.000 \text{ u.} - 18.000 \text{ u.}) \times \$ 1.25 + (20.000 \text{ u.} - 18.000 \text{ u.}) \times \$ 1.10 \\ &= 27.500 + 2.200 = \$ 29.700 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Para 3 turnos: Costos de } CO_3 &= (40.000 \text{ u.} - 27.000 \text{ u.}) \times \$ 1.25 + (30.000 \text{ u.} - 27.000 \text{ u.}) \times \$ 1.50 \\ &= 16.250 + 4.500 = \$ 20.750 \end{aligned}$$

En consecuencia, la expresión analítica del punto de nivelación se modifica de la siguiente forma:

En volumen:

$$Q_n = \frac{\text{CFC nec} + \text{CFO nec}}{\text{cm}} + \frac{\text{CFC no utilizados} + \text{CFO no utilizados}}{\text{cm}}$$

En valores:

$$V_n = \frac{\text{CFC nec} + \text{CFO nec}}{\text{mc}} + \frac{\text{CFC no utilizados} + \text{CFO no utilizados}}{\text{mc}}$$

$$\text{Siendo: CFC nec} = \frac{\text{CFC}}{Q_n} \times V_p$$

$$\text{CFO nec} = \frac{\text{CFO}}{Q_p} \times V_p$$

Con lo que vemos que los Ingresos tienen dos destinos: uno cubrir los costos realmente utilizados y el otro cubrir el quebranto que significa tener capacidad ociosa.

Lo expuesto para un proceso decisorio (hacia el futuro) es válido también cuando se hace un análisis histórico, en cuyo caso el nivel de ventas previsto (V_p) se reemplaza por el nivel realmente alcanzado (V_r).

De los datos anteriores resulta

PUNTOS DE NIVELACION EXPRESADOS EN VOLUMEN.

Tradicional

PARA UN TURNO

$$Q_{N1} = \frac{50.000 + 10.000}{12 - 5} = 8571 \text{ un.}$$

Metodología de análisis

$$Q_{N1} = \frac{10.000 \times 1,25 + 10.000 \times 1}{12 - 5} + \frac{(40.000 - 10.000) \times 1,25 + 0 \times 1}{12 - 5}$$

$$Q_{H1} = \frac{12.500 + 10.000}{12 - 5} + \frac{30.000 \times 1,25}{12 - 5} = 3214 + 5357 = 8571 \text{ u.}$$

PARA DOS TURNOS

Tradicional

$$Q_{H2} = \frac{50.000 \div 22.000}{10 - 4,50} = 13.091 \text{ un.}$$

Metodología de análisis

$$Q_{H2} = \frac{18.000 \times 1,25 \div 18.000 \times 1,10}{10 - 4,50} + \frac{(40.000 - 18.000) \times 1,25 \div (20.000 - 18.000) \times 1,10}{10 - 4,50}$$

$$Q_{H2} = 7691 \div 5400 = 13091 \text{ u.}$$

PARA TRES TURNOS

Tradicional

$$Q_{H3} = \frac{50.000 \div 45.000}{8,50 - 4,75} = 25.333 \text{ u.}$$

Metodología de análisis

$$Q_{H3} = \frac{27.000 \times 1,25 \div 27.000 \times 1,50}{8,50 - 4,75} + \frac{(40.000 - 27.000) \times 1,25 \div (30.000 - 27.000) \times 1,50}{8,50 - 4,75}$$

$$Q_{H3} = 19.800 \div 5533 = 25333 \text{ u.}$$

PUNTOS DE NIVELACION EXPRESADOS EN VALORES

PARA UN TURNO

Tradicional

$$V_H = \frac{60.000}{0,5833} = \$ 102.952$$

Metodología de análisis

$$V_H = \frac{22.500}{0,5833} \div \frac{37.500}{0,5833} = 38.578 \div 64.284 = \$ 102.852$$

PARA DOS TURNOS

Tradicional

$$V_N = \frac{72.500}{0,55} = \$ 130.910$$

Metodología de análisis

$$V_N = \frac{42.300}{0,55} \div \frac{29.700}{0,55} = 76.910 \div 54.000 = \$ 130.910$$

Tradicional

$$V_N = \frac{95.000}{0,441} = \$ 215.333$$

Metodología de análisis

$$V_N = \frac{74.250}{0,441} \div \frac{20.750}{0,441} = 168.300 \div 47.033 = \$ 215.333$$

Si resumimos los valores podemos ver el destino del esfuerzo para lograr el punto de nivelación.

	Total			Para cubrir costos necesarios			Para cubrir ociosidades		
	un.	\$	%	un.	\$	%	un.	\$	%
Trabajando un turno	8571	102.852	100	3214	38.568	37,50	5357	64.284	62,50
Trabajando dos turnos	13091	130.910	100	7691	76.910	58,75	5400	54.000	41,25
Trabajando tres turnos	25333	215.333	100	19800	168.300	78,16	5533	47.033	21,84

Como se observa, a medida que se incrementa el uso de la capacidad, los esfuerzos para cubrir ociosidades disminuyen, pero si bien eso suele generalmente ocurrir, las proporciones en nuestro caso, se deben a los datos del problema.

El gráfico que sigue a continuación muestra con claridad lo expuesto.



10. INTRODUCCION DE LA VARIABLE FINANCIAMIENTO EN EL SISTEMA DE EQUILIBRIO

1. Cuando se busca la determinación del Punto de nivelación en el Sistema de equilibrio se dan por supuestas dos circunstancias que no se dan en la realidad:

1. Que las ventas y los costos se generan simultáneamente, tanto en su devengamiento como en el momento en que se producen los ingresos y egresos de fondos.
2. Que al no existir diferimiento en los pagos ni en las cobranzas no se generan costos financieros, o que los mismos son de escasa magnitud por lo cual se elimina su consideración.

Normalmente las ventas (q.pv.) se distribuyen irregularmente en el período.

Luego:

$$V = pv \cdot q = \sum_{j=1+k}^n pv \cdot q_j = pv \sum_{j=1+k}^n q_j$$

Siendo:

pv = constante

n = período de planeamiento

k = unidades temporales de concreción o cobranza de las ventas.

Conociendo las proporciones (α) en que las ventas se descomponen; siendo

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j = 1$$

Se puede expresar:

$$V = pv \sum_{j=1+k}^n \alpha_j q_j = pv (q\alpha_1 + q\alpha_2 + \dots + q\alpha_n)$$

Lo mismo ocurre con los costos variables que pueden expresarse así, si los mismos son constantes:

$$CVT = cv \sum_{j=1+k}^n q\alpha_j = cv (q\alpha_1 + q\alpha_2 + \dots + q\alpha_n)$$

Va de suyo que los costos variables pueden dividirse según la naturaleza y las oportunidades de pago, con lo que se podrían tener tantas ecuaciones como costos variables unitarios se identifiquen según la naturaleza y comportamiento de cada uno de ellos. (cv_1 ; cv_2 ; ... cv_j)

En cuanto a los costos fijos ellos pueden expresarse de la siguiente forma:

$$CFT = CF \sum_{j=1+k}^n \alpha_j$$

No obstante, dado que los costos fijos se comportan diferentemente en el tiempo y en las oportunidades de erogación, debe hacerse:

$$CFT = CFC \sum_{j=1+k}^n \alpha_j + CFO \sum_{j=1+k}^n \alpha_j$$

Luego la fórmula simplificada:

$$Q_n = \frac{CF}{pv - cv}$$

Puede expresarse de la siguiente forma, considerando que todo diferimiento entre el momento de cobranza o de pago lleva explícito o implícito "intereses" que se reflejan en los valores a considerar en la oportunidad de determinación de Q_n :

$$Si \ q = q \sum_{j=1+k}^n \alpha_j$$

Habrà que considerar el valor de q . con relación al momento de su concreción efectiva a través del valor actual de los ingresos futuros, o sea, siendo pv constante:

$$VA (q.pv) = pv \sum_{j=1+k}^n q \alpha_j (1+i)^{-j}$$

Respecto a los costos variables ocurre lo mismo:

$$VA (qcv) = cv. \sum_{j=1+k}^n q \alpha_j (1+i)^{-j}$$

Así como respecto de los costos fijos

$$VA(CF) = CFC \sum_{j=1+k}^n \alpha_j (1+i)^{-j} + CFO \sum_{j=1+k}^n \alpha_j (1+i)^{-j}$$

La tasa de interés podrá ser única o podrá ser diferente, tanto para los ingresos (ventas) como para los egresos (costos).

Entonces, considerando el efecto financiero, como lo que se busca es el valor de Q que iguale los ingresos y los costos; será:

$$Q_n = \frac{CFC \sum_{j=1+k}^n \alpha_j (1+i)^{-j} + CFO \sum_{j=1+k}^n \alpha_j (1+i)^{-j}}{pv \sum_{j=1+k}^n \alpha_j (1+i)^{-j} - cv \sum_{j=1+k}^n \alpha_j (1+i)^{-j}}$$

Lo que puede expresarse como la suma necesaria para que los ingresos y los costos se igualen cuando existen diferencias entre los momentos que se generan los ingresos y los egresos homogeneizados por una tasa de interés dada, o diferentes tasas según corresponda.

Debe hacerse notar que en el punto de nivelación homogeneizado con el efecto financiero la tasa interna de retorno deberá ser 0, del mismo modo que cuando los ingresos y los costos se consideran sin esa homogenización.

Si deseamos determinar pv será:

$$pv = \frac{CFC \sum_{j=1+k}^n \alpha_j (1+i)^{-j} + CFO \sum_{j=1+k}^n \alpha_j (1+i)^{-j} + cv \sum_{j=1+k}^n \alpha_j (1+i)^{-j}}{q \sum_{j=1+k}^n \alpha_j (1+i)^{-j}}$$

Para concluir se debe hacer notar que el punto de nivelación obtenido teniendo en cuenta el efecto financiero será diferente al obtenido sin tener en cuenta el mismo, pudiendo ser mayor o menor según sean los diferimientos positivos o negativos (en los costos o en los ingresos) o bien la posible incidencia de diferentes tasas de interés..

Ejemplo:

**LA DETERMINACION DEL PUNTO DE NIVELACION CONSIDERANDO VARIABLES FINANCIERAS
AL PRODUCIRSE DESPLAZAMIENTOS EN LAS CANTIDADES VENDIDAS
Y SU COBRANZA Y EN EL PAGO DE LOS COSTOS VARIABLES Y FIJOS**

Datos básicos:

pv	\$	1.000,00
cv	\$	600,00
CFC(1)	\$	50.000,00
CFO	\$	50.000,00

Oportunidades de concreción de cobranzas y pagos

	30 días	60 días	90 días
Ventas		50 %	50 %
C. Variables	35 %	40 %	25 %
CFC (1)			
CFO	100 %		

(1) Realizados con anterioridad, deben considerarse hundidos

A.DETERMINACION DEL PUNTO DE NIVELACION SIN CONSIDERAR VARIABLES FINANCIERAS

$$Q_n = \frac{CF}{pv - cp}$$

$$Q_n = \frac{50.000 \div 50.000}{1.000 - 600}$$

$$Q_n = 250 \text{ un.}$$

Generación de ingresos y costos en el tiempo

	Hundidos	30 días	60 días	90 días	Total
Ventas			125.000 (1)	125.000 (2)	250.000
C. Variables		(52.500) (3)	(60.000)(4)	(37.500)(5)	(150.000)
C.F. Capacidad	(50.000)				(50.000)
C.F. Operación		(50.000)			(50.000)
Flujo neto de fondos	(50.000)	(102.500)	65.000	87.500	0

- (1) $1000 \times 250 \times 0.5$
 (2) $1000 \times 250 \times 0.5$
 (3) $600 \times 250 \times 0.35$
 (4) $600 \times 250 \times 0.40$
 (5) $1000 \times 250 \times 0.25$

B. DETERMINACION DEL PUNTO DE NIVELACION CONSIDERANDO A LA INFLUENCIA FINANCIERA COMO CONSECUENCIA DEL DIFERIMIENTO IRREGULAR DE COBRANZAS Y PAGOS

Tasa de interés mensual = 8 %

Considerando que los precios de venta y los costos son constantes

1. V.actual del precio de venta:

$$1000 (0.5 \times 1.08 \div 0.5 \times 1.08) = 1000 (0.428669 \div 0.396916) = 825.585$$

2. V.actual de los costos variables

$$600 (0.35 \times 1.08 \div 0.40 \times 1.08 \div 0.25 \times 1.08) =$$

$$600 (0.32407375 \div 0.3429352 \div 0.198458) = 600 \times 0.86546695 = 519.28017$$

3. V.actual de los costos fijos de operación

$$50.000 \times 1.08 = 50.000 \times 0.925925 = 46.296,25$$

$$Q_n = \frac{50.000 \div 46.296,25}{825.585 - 519,28017}$$

$$Q_n = \frac{96.296,25}{306,3043}$$

$$Q_n = 314,38 \text{ un.}$$

Generación de ingresos y costos en el tiempo

	Hundidos	30 días	60 días	90 días	Total
Ventas			134.764,96	124.782,45	259.547,41
C. Variables		(61.129,38)	(64.687,18)	(37.434,74)	(163.251,30)
C.F. Capacidad	(50.000)				(50.000)
C.F. Operación		(46.296,25)			(46.296,25)
Flujo neto de fondos	(50.000)	(107.425,63)	50.000	87.500	0,00

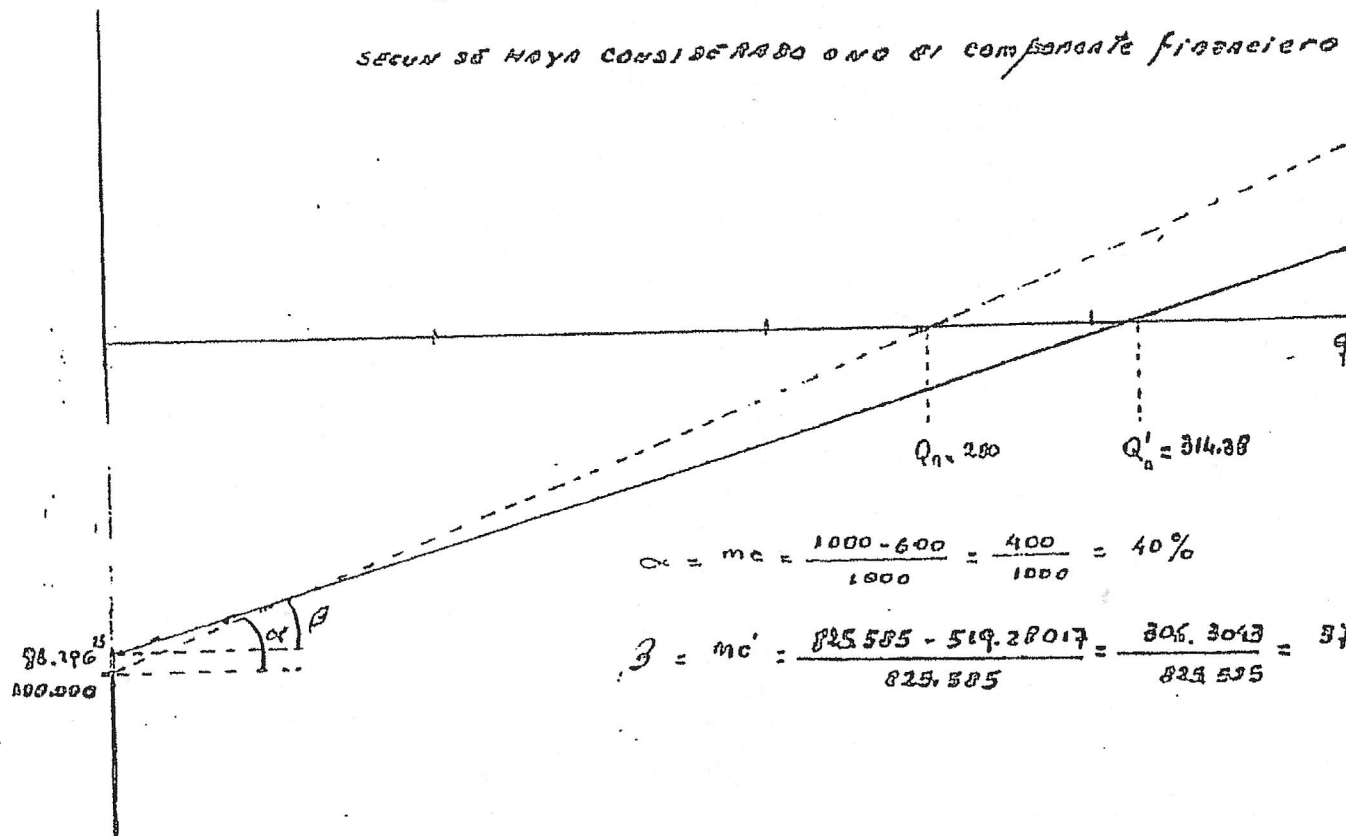
TASA DE RETORNO:

0,00

LA TASA DE RETORNO IGUALA A CERO MARCA EL PUNTO DE NIVELACION CONSIDERANDO LA INFLUENCIA DE LA VARIABLE FINANCIERA

DIFERENCIA ENTRE LOS PUNTOS DE ROTACIÓN
SEGUN SE HAYA CONSIDERADO O NO EL COMPONENTE FINANCIERO

47



$$\alpha = mc = \frac{1000 - 600}{1000} = \frac{400}{1000} = 40\%$$

$$\beta = mc' = \frac{825.585 - 519.28017}{825.585} = \frac{306.3048}{825.585} = 37.10\%$$

11. PUNTO DE CIERRE O SOLVENCIA

Hasta el momento, salvo en lo referente a la incorporación del factor financiero, como consecuencia del diferimiento en los pagos y las cobranzas, que afecta los valores netos de ingresos y costos, hemos encarado el sistema desde el punto de vista económico.

Pero el análisis también puede hacerse desde el punto de vista financiero, es decir considerando los ingresos y los costos erogables, o sea los movimientos de fondos.

El punto en que se igualan los ingresos y los costos erogables se denomina Punto de solvencia o de cierre.

Costos fijos erogables

CFC_e

Los CFC son en su mayoría no erogables, pues su erogación es normalmente anterior y se manifiesta económicamente a través de la depreciación.

No obstante, existen algunos que se producirán en el período que se considere y como tales deben considerarse.

CFO_e

Normalmente estos costos son en su totalidad erogables, salvo algunos casos particulares de costos erogados con anterioridad. Por ejemplo, contratos con pagos anticipados.

cv_e

En general son todos costos erogables, salvo algún caso particular como las amortizaciones de equipo si se efectúan en función de la producción.

La fórmula de determinación será para unidades o valores físicos:

$$Q_e = \frac{CFC_e + CFO_e}{pv - cv_e}$$

o bien:

$$Q_e = \frac{CFC_e + CFO_e}{cmf}$$

Del simple análisis de esa fórmula surge que:

$$P_s < P_n$$

Pues $cmf \geq cm$ y entonces será $cmf - cm \geq 0$

Lo que se comprueba comparando una y otra:

$$\begin{array}{rcl} \text{cmf} & = & \text{pv} - \text{cv}_e \\ \text{cm} & = & \text{pv} - \text{cv} \\ \hline \text{cmf} - \text{cm} & = & \text{cv} - \text{cv}_e \end{array}$$

dado que:

$$\text{cv} \geq \text{cv}_e$$

Para la determinación de las ventas en las que se produce la igualación entre ingresos monetarios y costos erogables será:

$$V_e = \frac{\text{CFC}_e + \text{CFO}_e}{\frac{\text{cmf}}{\text{pv}}}$$

en donde el margen de contribución financiero mcf será mayor al mc, pues $\text{cmf} > \text{cm}$ como hemos visto y excepcionalmente igual cuando ($\text{cmf} = \text{cm}$, si $\text{cv} = \text{cv}_e$)

Usando el ejemplo visto en el punto 6 en donde:

$$\overline{\text{pv}} = 10 \times 0.1 + 5 \times 0.3 + 8 \times 0.6 = \$ 7.30$$

$$\text{y } \overline{\text{cv}} = 4 \times 0.1 + 1 \times 0.3 + 6 \times 0.6 = \$ 4.30$$

$$\text{de donde } \overline{\text{cm}} = \$ 3$$

y suponiendo que los costos variables son erogables en un 80 % resulta

$$\text{cv}_e = \$ 3.44$$

y suponiendo que los costos fijos de capacidad son erogables solo en un 20 % y los costos fijos de operación son erogables en su totalidad resultaría:

$$\begin{array}{l} \text{CFC}_e = \$ 2.000 \\ \text{CFO}_e = \$ 5.000 \end{array}$$

entonces resultaría:

$$Q_e = \frac{2.000 + 5.000}{7.30 - 3.44} = 1.813 \text{ u.}$$

$$V_e = \frac{2.000 + 5.000}{\frac{3.86}{7.30}} = \$ 13.238.34$$

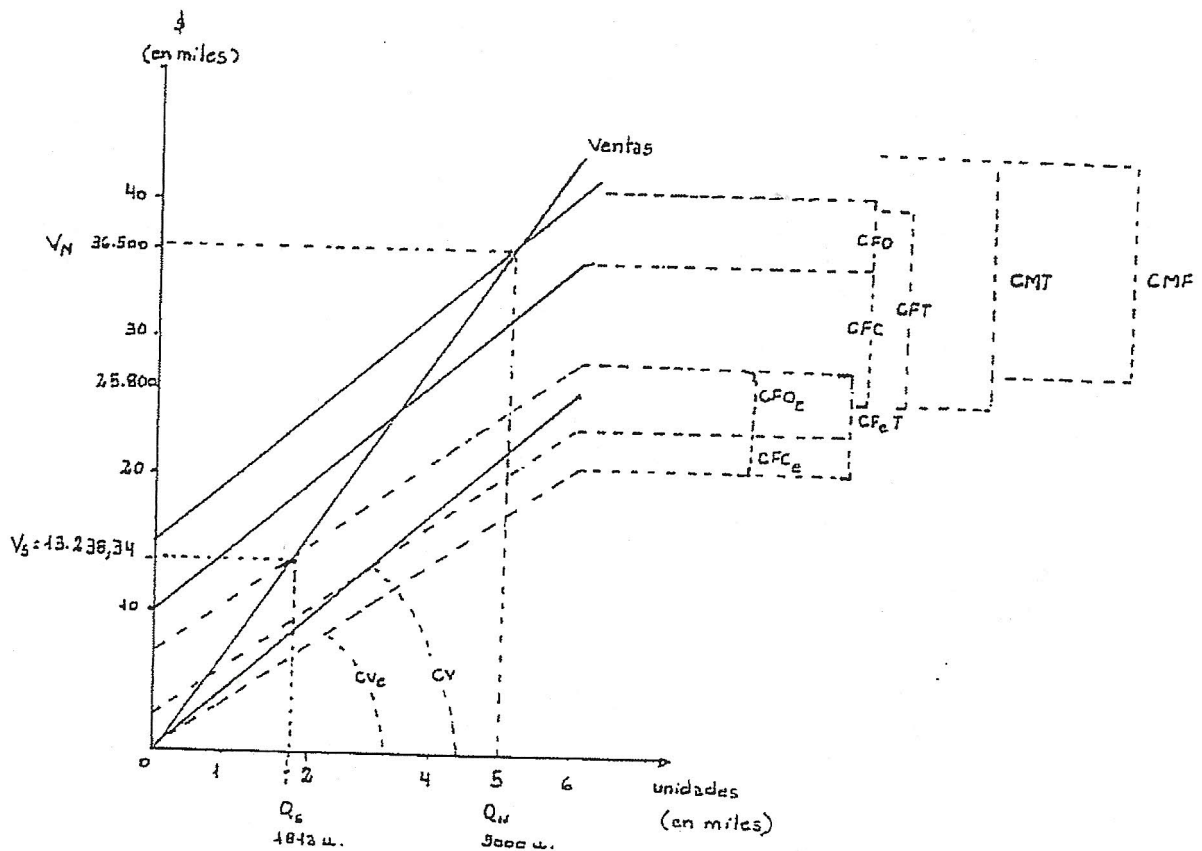
Si lo comprobamos con los valores obtenidos en el ejemplo:

$$\begin{aligned} CM &= \$ 3 \\ MC &= 0.4109589 \\ Q_N &= 5.000 \text{ u.} \\ V_N &= \$ 36.500 \end{aligned}$$

Se observa:

$$\begin{aligned} cmf &> CM & 3.86 > 3 \\ mcf &> MC & 0.528767 > 0.4109589 \\ Q_s &< Q_N & 1813 \text{ u.} < 5000 \text{ u.} \\ V_s &< V_N & \$ 13.238.34 < \$ 36.500 \end{aligned}$$

Gráficamente será:



El Punto de solvencia o de cierre indica que por debajo del mismo la empresa no podría operar pues los egresos monetarios son superiores a sus ingresos.

Demuestra en realidad una situación financiera crítica.

No obstante, puede tratarse de una situación coyuntural, que la empresa podría superar ya sea con crédito de los proveedores o con aportes monetarios, pero debe tenerse en cuenta que en ambos casos se produciría un incremento de costos, lo que tornaría la situación en un círculo vicioso.

12. ANALISIS Y PUNTO DE INDIFERENCIA

Sabemos que la optimización de resultados, se logra maximizando las variables de signo positivo (ventas y las variables determinantes) o minimizando las variables negativas (costos y las variables determinantes).

Siguiendo este último objetivo hay alternativas o cursos de acción posibles que solo tienen en consideración los costos propios de cada una de ellas, lo que como es lógico dentro de áreas de referencia definidas, tendrán una relación directa con el volumen.

Al no ser relevante la consideración de los Ingresos, pues los mismos no ofrecerán cambios fundamentalmente en los precios ni, al menos en principio, en los volúmenes de colocación, los que no obstante al vincularse con los costos, tendrán que ser considerados, la decisión estará determinada entonces solo por los costos, totales y unitarios.

El análisis parte de la comparación de dos o más alternativas para determinar cual de ellas es mas conveniente, ante diferentes volúmenes.

Esta técnica de análisis es utilizada en diferentes tipos de decisiones.

Las mas comunes son:

a) Selección o determinación de volúmenes óptimos

Por ejemplo, para determinar tamaño de empresa, composición de su equipamiento, selección de carga de equipo, etc.

b) Selección de medios y métodos óptimos

Por ejemplo, para la selección de métodos de producción, de mantenimiento y planes de reducción de costos.

c) Selección de ofertas de equipos u otros servicios.

d) Decisión de producir en la empresa, o comprar en el mercado, tanto bienes como servicios.

12.1 Comparación entre dos alternativas

Para ser posible el uso de este análisis se requiere:

1. La definición previa de un área o nivel de referencia dentro del cual se efectuará la comparación, de manera que los costos fijos de estructura y especialmente de operación de cada una de las alternativas permanezcan constantes dentro del área de significación considerada.

Esto también es válido en lo que hace a los costos variables unitarios, pues para diferentes niveles de actividad pueden ser diferentes los rendimientos de los factores (lo que afecta al componente físico o real) o los precios de los mismos (lo que afecta al componente monetario).

2. Que los costos fijos de una alternativa sean mayores que los de la otra y correlativamente menores los costos variables.

Dadas dos alternativas "a" y "b" deberá ser:

$$CF_a > CF_b$$

$$CV_a < CV_b$$

o viceversa; es decir que las funciones de costos de ambas alternativas serán convergentes y esa convergencia se dará, dado un par de coordenadas, en el cuadrante positivo ($X > 0$ e $Y > 0$).

Si son convergentes, graficamente habrá un punto en que ambas alternativas se corten, y ello ocurrirá cuando para un mismo volumen los costos totales y unitarios se igualen.

Ese punto se denomina "punto de igualación" o "punto de indiferencia de costos", o sea, en general, indicará para que volumen o nivel de actividad, será indiferente la elección de una u otra alternativa.

Para hallarlo bastará con comparar los costos de ambas alternativas.

Para costos totales será:

$$CT_a = CF_a + QCV_a$$

$$CT_b = CF_b + QCV_b$$

Como por hipótesis, ambos costos totales se igualan para un volumen Q, dicho volumen surgirá de:

$$\begin{aligned} CT_a &= CT_b \\ CF_a + QCV_a &= CF_b + QCV_b \\ CF_a - CF_b &= Q(CV_b - CV_a) \end{aligned}$$

$$Q_1 = \frac{CF_a - CF_b}{CV_b - CV_a}$$

(1)

Pero existe también un punto de indiferencia o igualación de costos totales de cada una de las alternativas, para un volumen de producción dado.

Para ello será:

$$CT_1 = 2 CT_a - CT_b$$

O bien:

$$CT_1 = 2(CF_a + Q_1 cv_a) - (CF_b + Qcv_b)$$

Reemplazando Q_1 por (1), se tiene:

$$\begin{aligned} CT_1 &= 2 \left(CF_a + \frac{CF_a - CF_b}{cv_b - cv_a} \times cv_a \right) - \left(CF_b + \frac{CF_a - CF_b}{cv_b - cv_a} \times cv_b \right) \\ CT_1 &= 2 CF_a + 2 cv_a \frac{CF_a - CF_b}{cv_b - cv_a} - CF_b - \frac{CF_a \cdot cv_b - CF_b \cdot cv_b}{cv_b - cv_a} \\ &= 2 CF_a + \frac{2 cv_a \cdot CF_a - 2 cv_a CF_b}{cv_b - cv_a} - CF_b - \frac{CF_a \cdot cv_b - CF_b \cdot cv_b}{cv_b - cv_a} \\ &= 2 CF_a - CF_b + \frac{2 cv_a \cdot CF_a - 2 cv_a CF_b - CF_a \cdot cv_b + CF_b \cdot cv_b}{cv_b - cv_a} \\ &= \frac{(2 CF_a - CF_b) cv_b - (2 CF_a - CF_b) cv_a + 2 cv_a CF_a - 2 cv_a CF_b - cv_b CF_a + cv_b CF_b}{cv_b - cv_a} \\ &= \frac{2 cv_b CF_a - cv_b CF_b - 2 cv_a CF_a + cv_a CF_b + 2 cv_a CF_a - 2 cv_a CF_b - cv_b CF_a + cv_b CF_b}{cv_b - cv_a} \\ \boxed{CT_1 = \frac{cv_b CF_a - cv_a CF_b}{cv_b - cv_a}} \end{aligned} \quad (2)$$

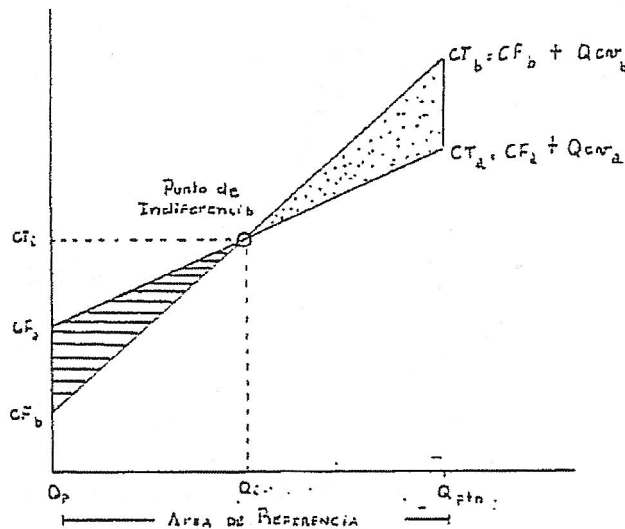
Este dato (CT_1) es de valor en cuanto informa el costo total que en el punto de indiferencia deberá soportar la organización.



Area de menor costo de alternativa b respecto de la a



Area de menor costo e alternativa a respecto de la b



1. Costos totales de alternativas a y b.

En el gráfico puede observarse que:

Cuando $Q_r < Q_i$ conviene optar por la alternativa "b" de menores Costos Fijos, aun cuando los costos variables sean mayores.

Cuando $Q_r > Q_i$ conviene optar por la alternativa "a" de mayores costos fijos y menores costos variables.

Siendo Q_r el volumen requerido.

Lo dicho equivale a sostener que la opción de una u otra en las alternativas, es consecuencia del volumen requerido Q_r ;

Si $Q_r < Q_i$ alternativa b) alternativa a

Si $Q_r > Q_i$ alternativa a) alternativa b

En el caso de costos unitarios se observa que genéricamente suele decirse para cada una de dos alternativas "a" y "b"; que:

$$cut_a = cv_a + \frac{CF_a}{Q}$$

$$cut_b = cv_b + \frac{CF_b}{Q}$$

y graficamente sería:

 Area de menor costo de alternativa b respecto de la a
 Area de menor costo de alternativa a respecto de la b

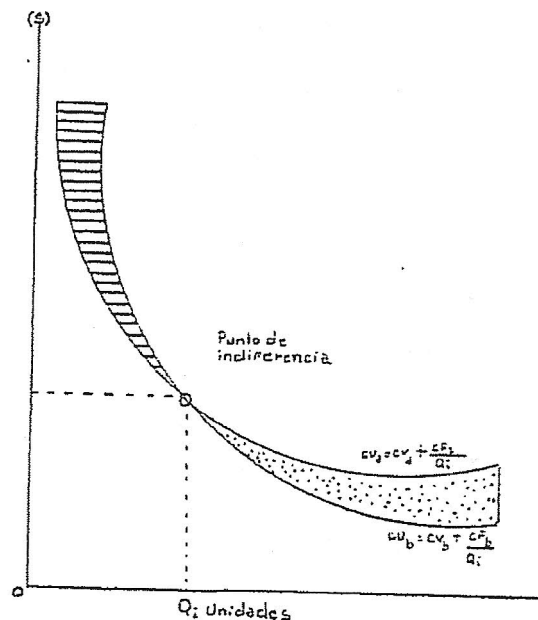


Gráfico 2. Costos unitarios de alternativas a y b

El volumen de indiferencia sería el que corresponde a aquél en que los costos unitarios de ambas alternativas se igualen:

Para ello:

$$cut_a = cut_b$$

$$cv_a + \frac{CF_a}{Q_i} = cv_b + \frac{CF_b}{Q_i}$$

$$cv_b - cv_a = \frac{CF_a}{Q_i} - \frac{CF_b}{Q_i}$$

$$Q_i (cv_b - cv_a) = CF_a - CF_b$$

$$Q_i = \frac{CF_a - CF_b}{cv_b - cv_a}$$

O sea la misma expresión obtenida en 1.

Si queremos saber ahora cual es el costo unitario en el punto de indiferencia, este resultaría de hacer:

$$cut_i = 2 cut_a - cut_b$$

$$cut_i = 2 \left(cv_a + \frac{CF_a}{Q_i} \right) - \left(cv_b + \frac{CF_b}{Q_i} \right)$$

$$= 2 \cdot cv_a + \frac{2CF_a}{Q_i} - cv_b - \frac{CF_b}{Q_i}$$

$$= 2 \cdot cv_a - cv_b + \frac{2CF_a}{Q_i} - \frac{CF_b}{Q_i}$$

$$cut_i = 2 \cdot cv_a - cv_b + \frac{2CF_a - CF_b}{Q_i}$$

$$cut_i = 2 cv_a - cv_b + \frac{2CF_a - CF_b}{Q_i}$$

(3)

Si tuviéramos:

$$\begin{array}{ll} CF_a = \$ 50.000; & cv_a = \$/u 2 \\ CF_b = \$ 20.000; & cv_b = \$/u 3 \end{array}$$

Sería:

Por aplicación de (1)

$$Q_1 = \frac{50.000 - 20.000}{3 - 2} = 30.000 \text{ u.}$$

Por aplicación de (2)

$$CT_1 = \frac{3 \times 50.000 - 2 \times 20.000}{3 - 2} = \$ 110.000$$

y por aplicación de (3)

$$\begin{aligned} cut_1 &= 2 \times 2 - 3 + \frac{2 \times 50.000 - 20.000}{30.000} \\ &= \frac{80.000}{50.000} \end{aligned}$$

$$= 1 + 2.67 = 3.66$$

Para completarlo hacemos:

$$cut_1 \times Q_1 = CT_1$$

$$3.66 \times 30.000 = \$ 110.000$$

12.2. La relación entre la capacidad máxima de cada alternativa y el volumen requerido.

Antes de continuar debemos aclarar que el concepto de capacidad (Q_m) es válido para cualquier tipo de proceso productivo, es decir cualquier acción o grupo de acciones relacionadas funcionalmente, que sea capaz de agregar valor o generar utilidad, ya sea esta de forma, de modo, de cambio, etc., por lo que no solo es válido para la actividad industrial.

Debe recordarse, asimismo, que los Costos Fijos (CF) en cada alternativa están integrados, normalmente, por dos tipos de costos que tienen distinto comportamiento, los CFO (Costos fijos de operación) que en cada alternativa pueden o no ser diferentes; pero que se mantendrán constantes dentro del área o nivel de referencia definido que debe ser lógicamente el mismo para ambas, para hacer posible la comparación, lo que supone una decisión planeada de uso de la capacidad. Ese nivel o área de referencia es el espacio productivo comprendido entre Q_p y Q_{p-n} y los costos fijos operativos de cada alternativa solo se absorberán cuando $Q_r = Q_{p-n}$. Si así no

ocurre, (o sea si $Q_r < Q_{p+n}$) habrá un intervalo $Q_r \rightarrow Q_{p+n}$ en el que los CFO racionalmente no deben ser cargados al costo del objetivo o producto buscado, pues corresponden a recursos no utilizados, conocidos como ociosidad de operación.

Lo mismo ocurre con los costos fijos de capacidad o estructura (CFC) propios de cada alternativa, que recién se absorberán cuando en cada alternativa se aproveche totalmente la capacidad de producción, o sea cuando $Q_r = Q_{max}$. Mientras no se logre ese objetivo habrá costos estructurales que irremediamente existen pero no son utilizados, los que constituirán un costo de ociosidad estructural.

Por ello, las expresiones anteriores cabría modificarlas de la siguiente forma, en lo que hace a los costos fijos:

$$CT_a = cv_a \cdot Q + CFC_a + CFO_a$$

$$y \quad CT_b = cv_b \cdot Q + CFC_b + CFO_b$$

debiendo mantenerse la relación condicionante del análisis.

$$CFC_a + CFO_a > CFC_b + CFO_b$$

$$y \quad cv_a < cv_b$$

Pero debe tenerse en cuenta que mientras se mantenga la relación indicada puede ocurrir que:

$$CFC_a \geq CFC_b$$

$$y \quad CFO_a \geq CFO_b \text{ para el intervalo } Q_p \rightarrow Q_{p+n}$$

con lo que puede haber diferente aprovechamiento de cada uno de estos costos, así:

Mientras $Q_r \geq Q_1 < Q_{max}$, habrá CFC no aprovechados íntegramente.

Mientras $Q_r \geq Q_1 < Q_{p+n}$ habrá CFO no aprovechados íntegramente, siendo Q_{p+n} el límite máximo del intervalo $Q_p \rightarrow Q_{p+n}$ elegido como área de referencia para la comparación de las alternativas y además para el que se prevén CFO_{p+n} , para cada alternativa, que podrán ser entre sí, diferentes o iguales.

Por lo tanto, podemos generalizar lo expuesto de la siguiente forma:

$$CT_a = cv_a Q + Q \cdot cfc_a + Q cfo_a + (Q_m - Q_r) cfc_a + (Q_{p+n} - Q_r) cfo_a \quad (4)$$

$$CT_b = cv_b Q + Q \cdot cfc_b + Q cfo_b + (Q_m - Q_r) cfc_b + (Q_{p+n} - Q_r) cfo_b \quad (5)$$

En ambas igualdades los tres primeros términos del segundo miembro muestran el "costo necesario" y los siguientes las ociosidades o medios o costos no aprovechados cada alternativa en términos de costos fijos de estructura y costos fijos de operación.

Esto equivale a decir que los costos totales a comparar, en cuanto hace a los costos fijos, comprenderán dos partes: los costos necesarios ($Q \cdot cfc + Q \cdot cfo$), y otros que si bien existen no son utilizados para el objetivo propuesto $(Q_n - Q_r) \cdot cfc$ y $(Q_{p-n} - Q_r) \cdot cfo$.

Para ello debe recordarse que en ambas alternativas los costos fijos unitarios (cfc y cfo) para cada alternativa surgen de relacionar los costos fijos con el factor que los genera.

O sea Q_{n-n} para los CFC y Q_{p-n} para los CFOM de donde:

$$cfc = \frac{CFO}{Q_n} \quad y \quad cfo = \frac{CFO}{Q_{p-n}}$$

O sea que son los costos fijos unitarios realmente necesarios a utilizar y que deben integrar los costos.

Si ahora buscamos el volumen de indiferencia (Q_i) a partir de las expresiones (4) y (5) haremos, como antes:

$$CT_a = Q_i cv_a + Q_i cfc_a + Q_i cfo_a (Q_{m_a} - Q_i) cfc_a + (Q_{n-p_b} - Q_i) cfo_a$$

$$y CT_b = Q_i cv_b + Q_i cfc_b + Q_i cfo_b (Q_{m_b} - Q_i) cfc_b + (Q_{n-p_a} - Q_i) cfo_b$$

Pero siendo para el volumen, o nivel de actividad de indiferencia:

$$CT_a = CT_b$$

$$Q_i cv_a + Q_i cfc_a + Q_i cfo_a (Q_{m_a} - Q_i) cfc_a + (Q_{n-p_b} - Q_i) cfo_a = Q_i cv_b + Q_i cfc_b + Q_i cfo_b (Q_{m_b} - Q_i) cfc_b + (Q_{n-p_a} - Q_i) cfo_b$$

$$Q_i cv_a + Q_i cfc_a + Q_i cfo_a - Q_i cv_b - Q_i cfc_b - Q_i cfo_b = (Q_{m_b} - Q_i) cfc_b + (Q_{n-p} - Q_i) cfc_b - (Q_{m_a} - Q_i) cfc_a - (Q_{n-p} - Q_i) cfo_a$$

$$Q_i [(cv_a - cv_b) + (cfc_a - cfc_b) + (cfo_a - cfo_b)] = (Q_{m_b} - Q_i) cfc_b - (Q_{m_a} - Q_i) cfc_a + (Q_{n-p} - Q_i) (cfo_b - cfo_a)$$

$$Q_i [(cv_a - cv_b) + (cfc_a - cfc_b) + (cfo_a - cfo_b)] = Q_{m_b} \cdot cfc_b - Q_i \cdot cfc_b - (Q_{m_a} cfc_a + Q_i cfc_a + Q_{n-p} (cfo_b - cfo_a) - Q_i (cfo_b - cfo_a))$$

$$Q_i [(cv_a - cv_b) + (cfc_a - cfc_b) + (cfo_a - cfo_b)] + Q_i \cdot cfc_b - Q_i cfc_a + Q_i (cfo_b - cfo_a) = Q_{m_b} \cdot cfc_b - Q_{m_a} \cdot cfc_a + Q_{n-p} (cfo_b - cfo_a)$$

$$Q_i [(cv_a - cv_b) + (cfc_a - cfc_b) + (cfc_b - cfc_a)] = Q_{m_b} \cdot cfc_b - Q_{m_a} \cdot cfc_a + Q_{p-n} (cfo_b - cfo_a)$$

$$Q_i [(cv_a - cv_b)] = Q_{m_b} \cdot cfc_b - Q_{m_a} cfc_a + Q_{p-n} (cfo_b - cfo_a)$$

$$Q_i = \frac{Q_{m_b} \cdot cfc_b - Q_{m_a} cfc_a + Q_{p-n} (cfo_b - cfo_a)}{cv_a - cv_b}$$

(6)

Supongamos que en el ejemplo numérico anterior se efectúa la apertura de los costos fijos de cada alternativa, tendremos:

$$\begin{aligned}
 CF_a = \$ 50.000 & \quad \left\{ \begin{array}{l} CFC_a = \$ 40.000 \rightarrow Qm_a = 25.000 \text{ u.}; cfc_a = \$ 1.60 \\ CFO_a = \$ 10.000 \rightarrow Q_{n-p} = 12.500 \text{ u.}; cfo_a = \$ 0.80 \end{array} \right. \\
 CF_b = \$ 20.000 & \quad \left\{ \begin{array}{l} CFC_b = \$ 15.000 \rightarrow Qm_b = 15.000 \text{ u.}; cfc_b = \$ 1.00 \\ CFO_b = \$ 5.000 \rightarrow Q_{n-p} = 12.500 \text{ u.}; cfo_b = \$ 0.40 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Siendo el área de referencia o nivel de actividad para el que se comparan ambas alternativas:

$$\begin{aligned}
 q_p &= 5.000 \text{ u.} \\
 q_{p-n} &= 12.500 \text{ u.}
 \end{aligned}$$

O sea que el mayor nivel, es inferior a la capacidad máxima de ambas alternativas.

Siendo los costos variables unitarios de cada alternativa;

$$\begin{aligned}
 cv_a &= \$/u \quad 2 \\
 cv_b &= \$/u \quad 5.75
 \end{aligned}$$

Por aplicación de (6), será:

$$Q_1 = \frac{15.000 \times 1 - 20.000 \times 1.60 + 12.500 (0.40 - 0.80)}{2 - 5.875}$$

$$Q_1 = \frac{15.000 - 40.000 - 5.000 - 30.000}{- 3.75} = \frac{- 30.000}{- 3.75}$$

$$Q_1 = 8.000 \text{ u.}$$

En este punto tendremos para el rango de actividad (5000u → 12.500u) y dadas las diferentes capacidades (Qm) de cada alternativa con sus correlativos costos estructurales y los costos fijos de operación para el rango previsto (5.000u - 12.500 u) que serán diferentes para cada alternativa, los siguientes valores:

Para la alternativa "a"

$$CT_a = Q_1 cv_a + Q_1 (cfc_a + cfo_a) + (Qm - Q_1) cfc_a + (Q_{p-n} - Q_1) cfo$$

Costos realmente utilizados (necesarios)
Costos no aprovechados ociosidad

$$CT_a = 8.000 \times 2 + 8.000 (1.60 + 0.80) + (25.000 - 8.000) 1.60 + (12.500 - 8.000) 0.80$$

$$CT_a = 35.200 + 30.800$$

$$CT_a = \$ 66.000$$

$$cv_a = 2 \div 1.60 \div 0.80 \div \frac{1.60 (25.000 - 8.000)}{8.000} \div \frac{0.80 (12.500 - 8.000)}{8.000}$$

$$= 4.40 \div 3.40 \div 0.45$$

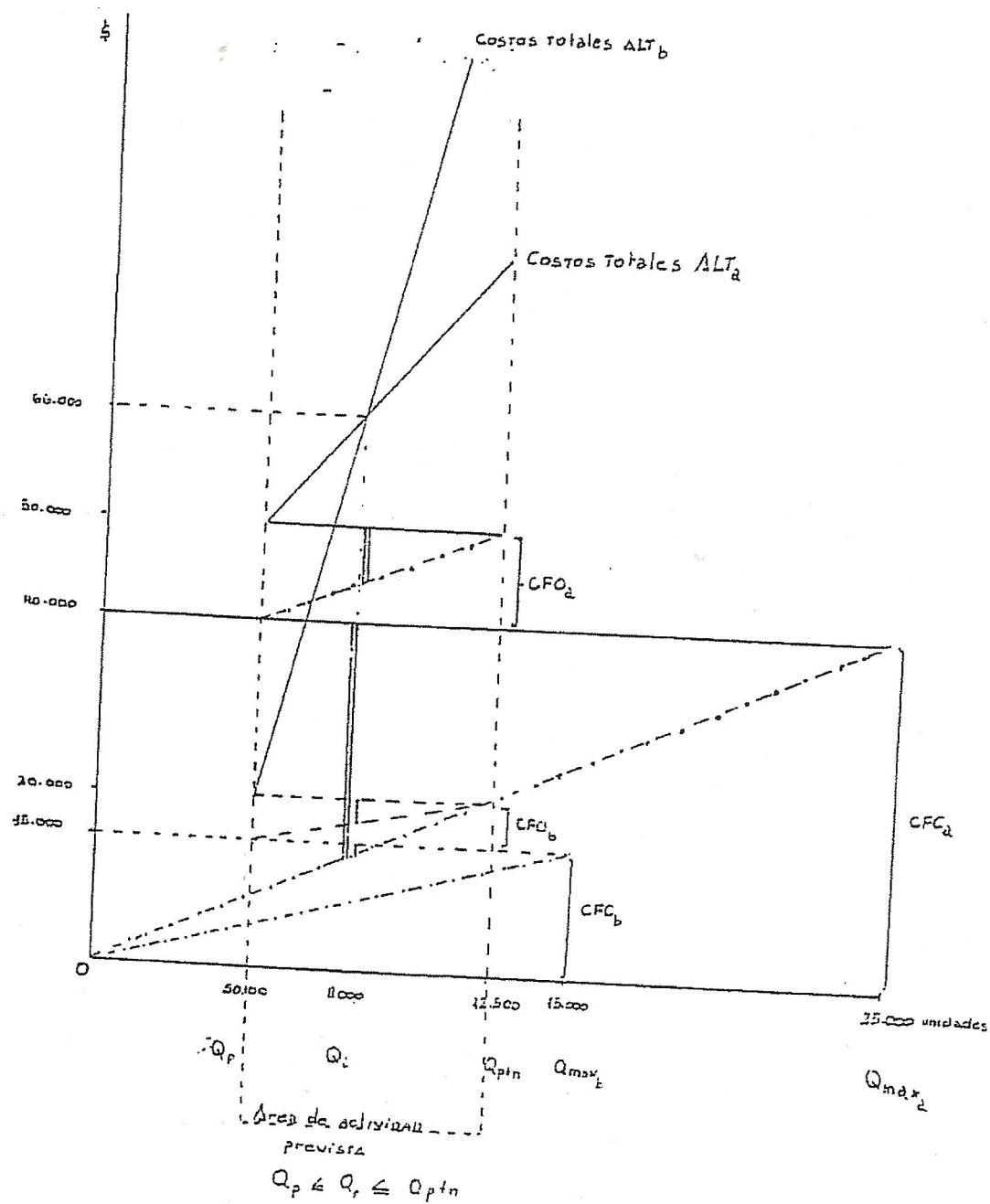
$$= 8.25$$

$$cv_b = 5.75 \div 1 \div 0.40 \div 1 \div \frac{(15.000 - 8.000)}{8.000} \div \frac{0.40 (12.500 - 4.000)}{8.000}$$

$$= 7.15 \div 0.875 \div 0.225$$

$$= 8.25$$

Expresiones que muestran para el punto de indiferencia hallado para los "sacrificios totales", la distinta estructura de los costos unitarios.



- Ociosidad en Q_i en la alternativa b
- == Ociosidad en Q_i en la alternativa a
- Aprovechamiento de los Costos fijos en la alternativa b
- Aprovechamiento de los Costos fijos en la alternativa a

Gráfico 3. Costos fijos, aprovechamiento y punto de indiferencia